

АЛЕКСАНДРОВ ИЗ ДРЕВНЕЙ ЭЛЛАДЫ

С.С. Кутателадзе

Это — дань Александру Даниловичу Александрову, первому и наиболее выдающемуся российскому геометру двадцатого века.

Делом жизни Александра Даниловича Александрова была геометрия. Понять мировоззрение Александрова невозможно без обращения к корням его любимой науки. «Пафос современной математики в том, что происходит возврат к грекам» писал он в 1981 г. Любимый лозунг Александрова — «Назад к Евклиду!».

Геометрия — часть культуры древнего мира. Следы эпохи отражаются в самых абстрактных её понятиях. Вне исторического контекста трудно понять не только современные понятия типа нанотехнологий и квантовой логики. Приметы времени отражены в эволюции любой системы научных понятий. Геометрия возникла как ответ на разнообразные потребности человека. Её мистические, познавательные и экономические источники сосуществовали в едином культурном пространстве человека того времени. Важным источником геометрии было землеустройство, составление кадастров и соответствующее налогообложение. Знаменитые гарпедонапты Египта были налоговыми служащими, использовавшими верёвку для обмера земельных наделов. Навыки гарпедонаптов использовались и в строительстве. Пирамиды построены задолго до их геометрического определения.

Удивительна история абстрактных геометрических понятий точки, числа, фигуры и тела, пришедших к нам из глубины веков. Мы редко отдаём себе отчёт в том, что школьные арифметика и геометрия несут нам дорогое интеллектуальное наследие наших наидревнейших предков.

Нет современного человека, который не знает, что такое треугольник. Однако мало людей владеют определением этого понятия. Это далеко не случайно: такого определения нет у Евклида. Он говорит о трёхсторонних фигурах, поясняя, что «фигура есть то, что содержится внутри какой-нибудь или каких-нибудь границ». Ясно, что это определение навеяно технологией землемера. Полезно отметить, что институт собственности много древнее геометрии. Измерять участок, находясь за его пределами — это одно, а заходить внутрь на-



С.С. Кутателадзе. 2012

дела — дело совсем иное. Ещё больше ограничений было у древних геометров при обмере строительных сооружений, таких, как пирамиды. Ясно, что о внутреннем устройстве пирамиды Хеопса гарпедонапты старались не задумываться или, во всяком случае, не говорить об этом публично.

В современных терминах принято говорить, что Евклид рассматривал выпуклые фигуры. С нашей точки понятие выпуклости вполне элементарно. Фигура является выпуклой, если отрезок, соединяющий любые две точки этой фигуры, не выходит за её пределы. Удивительно, что такому определению чуть более ста лет. Треугольник в современной математике принято определять как выпуклую оболочку трёх точек, то есть как наименьшую выпуклую фигуру, эти точки содержащую. Если вбить в землю три колышка и стянуть лассо, петля которого охватывает эти колышки, мы очертим треугольник. Так делали и гарпедонапты, однако внутренность измеряемого участка могла быть недоступна, так как представляла собой чужой надел. Надел и в наши дни можно измерить и обложить налогом, а вот попытка натягивать верёвки внутри чужого участка — это покушение на частную собственность. Первые определения Евклида — живые свидетели древних экономических отношений.

Геометрию интересуют как качественные, так и количественные свойства пространственных форм и отношений. Примеры качественных геометрических знаний дают признаки равенства треугольников. Нахождение площадей, длин и объёмов — образцы количественных исследований.

Абстракцию прямой в геометрии можно отнести к интуитивным представлениям. Прямая — это целостно воспринимаемая «длина без ширины». На прямой есть точки, и прямая полна априорно, что не постулируется ибо и так ясно. Вещественные числа древних возникают как процессы, а не как законченные продукты интуиции. Числа — либо завершённые процессы составления единиц-монад, либо незавершённые процессы соизмерения несоизмеримых величин.

Наука впервые столкнулась с проблемой исчисления континуума в глубокой древности. Выдающимся открытием евклидовой геометрии стала несоизмеримость стороны и диагонали квадрата. Отрезок распался на точки в теории сходимости рядов Фурье. Соизмерить части отрезка и трансфинитные числа — это и есть проблема континуума в том же общенаучном плане, в каком древние соизмеряли диагональ и сторону квадрата.

Обнаружив отсутствие общей меры у стороны и диагонали квадрата, наши предки выяснили, что рациональных чисел недостаточно для практических измерений. Полезно помнить, что рациональных чисел столько же, сколько и натуральных. Рациональные числа заполняют счётное множество, то есть служат разновидностью того же кардинального числа, которым мы сегодня характеризуем запас элементов натурального ряда. Наидревнейшая идея потенциальной бесконечности в форме последовательно продолжающегося счёта оказалась недостаточной для количественного анализа в геометрии. Открытие несоизмеримости стороны и диагонали квадрата — такая же высочайшая вершина математики, как независимость пятого постулата, аксиомы выбора или гипотезы континуума.

До геометрии неполнота системы рациональных чисел не вызывала затруд-

нений. Никаких врождённых представлений о вещественных числах у людей не наблюдалось. Недостаточность рациональных чисел обнаружилась в практических измерениях. Геометрия при возникновении имела прямое отношение к социальным регуляторам, так как использовалась для налогообложения и составления земельных кадастров. Математика гарпедонаптов должна была обладать силой закона. Требования единой отчётности и всеобщности измерений, а не какие-то априорные идеи вели к поиску и построению пополненного набора чисел. В основе математической интуиции древних лежало представление об отрезке прямой как о юридически корректном определении куска натянутой верёвки, взятого в качестве эталона измерений. Теория меры восходит к геометрии, возникшей из юридических процедур, требующих полной определённости и однозначности в применениях. Логика Аристотеля следовала за геометрией и отражала её методологию.

Геометрия возникала в результате практической деятельности человека, она создана человеком для того, чтобы организовать собственную жизнь и изменить её к лучшему. Человек — исходный пункт, творец и цель жизни. Общие воззрения Александра определялись его естественно-научными взглядами на исторический процесс. Далекое не случайно Александру импонировали идеи К. Маркса, выраженные в тезисах о Фейербахе.

Александр осуществил поворот к синтетической геометрии древних гораздо в более тонком смысле, чем это теперь понимают. Речь идёт не о переходе от гладкой локальной геометрии к геометрии в целом без ограничений дифференцируемости. Гораздо важнее видеть, что Александр, расширяя методы дифференциальной геометрии аппаратом функционального анализа и теории меры, стремился к состоянию математики во времена Евклида. Математика была геометрией (другой математики вовсе не было). Синтезируя геометрию с другими разделами математики XX века, Александр восходил к античному идеалу единой науки — математики.

Александр не был человеком прошлого, но прошлого не стеснялся. Умел видеть собственные заблуждения и отказываться от них. Не прятал собственные ошибки и старался их выправить по мере возможности. Интересовался не тем, кто чем занимается, а кто что сделал. Не кичился сам ничем и ненавидел меритократизм. Был динамичен и принципиален по отношению к истине.

Каждый сам себе доверяет, невзирая на лукавые оговорки. Александр умел распространять практику доверия на других, исходя из презумпции порядочности, которая действует до первого сбоя. Сам Александр был человеком, чьи свидетельства можно принимать как собственные — без доказательств. Александр ставил доверие выше доказательств.

Синтезируя геометрию с прочими разделами математики, Александр восходил к античному идеалу единой науки и помещал науку в центр своих этических воззрений. Он не только преодолел многие локальные ограничения дифференциальной геометрии поверхностей, основанной на инфинитезимальных методах и идеях Ньютона, Лейбница и Гаусса, но и обогатил геометрические методы аппаратом функционального анализа, теории меры и уравнений математической физики. Начатый Александровым поворот к синтетическим ме-

тодам был неизбежен, что иллюстрируют прекрасные результаты таких учеников и продолжателей идей Александрова, как Громов, Перельман, Погорелов и Решетняк.

Размышления о нравственности Александрова связаны с противопоставлением религиозной веры и научного поиска. Не идеальная абстракция, а реальный человек со своими земными заботами стоит в центре его воззрений. Человек, ищущий истину, творец обстоятельств жизни, её источник и цель. Для Александрова важны как открытость науки, так и её принципиальный отказ от любых форм догматизма и субъективизма, присущих вере.

Лженаука обслуживает властные интересы и активно противостоит науке. Ненависть Александрова вызывали любые проходимцы, попы и инквизиторы от «марксизма», использующие науку в низких корыстных целях. Между наукой и властью лежит пропасть отчуждения. Власть противостоит свободе, составляющей сущность математики.

В науке Александров видел инструмент, который освобождает человека материально и раскрепощает его интеллектуально. Геометрия учила Александрова универсальному гуманизму. Он любил слова апостола Павла и повторял, что в геометрии «нет ни эллина, ни иудея».

Человечность, ответственность и научность — таковы составляющие полноты нравственности по Александрову. Человек — источник и цель всего. Таково содержание универсального гуманизма. Человек — в ответе за все. Таков смысл ответственности. Научность как человеческое суждение, отвлечённое от субъективизма, лежит в основе нравственности.

Александров подчёркивал критичность науки и её безграничную преданность истине. Наука объясняет, «как оно есть на самом деле», с величием и скромностью, основываясь на опыте, фактах и логике. Александрова любили и ненавидели за одно и то же. Ценили его отзывы о своих работах и замалчивали развиваемые им подходы и направления в науке. Его обвиняли в сионизме и рассчитывали на его антисемитизм. Матерно склоняли его коммунистические убеждения и почтительно просили написать письмо в ЦК КПСС или журнал «Коммунист». Плевались на его философские сочинения и заставляли студентов сдавать по ним кандидатский минимум. Многие питерские профессора непрестанно восхищаются дворцовым комплексом Петергофа, но не могут простить ректору Александрову мудрое решение о строительстве там университетского городка. В годы перестройки Александрова обвинили в лысенкоизме и наградили орденом за вклад в сохранение и развитие отечественной генетики и селекции. Таков был масштаб личности этого человека.

Жизнь Александрова включила в свои временные рамки возникновение и распад Советского Союза. Сложная, если не парадоксальная идеология коммунизма рассматривает индивидуальную свободу как необходимость, осознанную в коллективе. Коллективизм склонен превращаться в гегемонию стандартизации и тоталитаризма ровно так же, как индивидуализм порождает тиранию абсолютизма и глобализации. Диктатура, простейшая форма универсального подчинения, становится неизбежным инструментом как индивидуализма, так и коллективизма. В моральной сфере коллективизм выступает как альтруизм.

В сфере мышления — рождает мистицизм. Кредо индивидуализма — эгоизм и рациональность. Идеи Александра противостоят рациональному эгоизму, абстрактному объективизму и мистическому догматизму. Гуманизация науки как вектор её развития — важнейший компонент воззрений Александра на будущее науки и общества.

Универсальный гуманизм геометра Александра, восходящий к героям античности, останется в сокровищнице лучших мемов человечества.