

В.В. Коробицын, Ю.В. Фролова

МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМОБИЛЬНОГО ПОТОКА НА ПЕРЕКРЕСТКЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ СИГНАЛАМИ СВЕТОФОРА

Сложной проблемой крупных городов является загруженность автотранспортных дорог. Решением данной проблемы занимаются давно и различными способами: строительство дополнительных магистралей, ввод нового типа транспорта (например метро), перераспределение потоков движения.

Мы рассмотрим ситуацию, когда строительство дополнительных дорог невозможно – это происходит в центре города, где нет возможности их построить. Ввод дополнительного транспорта не спасает, поскольку введение метро лишь уменьшает поток пассажирского транспорта, но не влияет на остальной. Возникает вопрос: можно ли разработать такую систему управления транспортными потоками, которая позволит уменьшить их загруженность? Ответу на этот вопрос посвящена данная модель.

Исследование этого вопроса начнем с простого элемента транспортной сети – перекрестка. Определим, как влияет управление светофорами на загруженность перекрестка. Очевидно, что неудачное управление приводит к нежелательному эффекту пробок на дороге, когда поток транспорта, поступающий на перекресток, не может преодолеть его.

Поскольку не представляется возможным проводить большое количество экспериментов на реальном перекрестке, было решено построить модель движения транспортных средств на перекрестке.

Результаты моделирования помогли определить способ вычисления максимального выходящего потока автомобилей на перекрестке, а также определить оптимальные значения длительности разрешающего сигнала в зависимости от входящего потока.

© 2004 В.В. Коробицын, Ю.В. Фролова

E-mail: korobits@univer.omsk.su, frolova@univer.omsk.su

Омский государственный университет

1. Формализация процесса движения автомобилей по перекрестку

Предлагаемая модель состоит из трех компонент: 1) пространственное представление перекрестка; 2) система управления сигналами светофоров; 3) поведение водителей автомобилей.

Для построения модели используется технология мульти-агентного моделирования [1]. Реализация осуществляется в среде SWARM.

1.1. Пространственное представление перекрестка

Окружение агентов представляет собой среду, имитирующую перекресток с прилегающими к нему автодорогами. Будем рассматривать две пересекающиеся автодороги с заданным количеством полос движения. Каждая полоса имеет фиксированную ширину и предназначена для движения одного автомобиля.

Среда описывается набором фиксированных параметров:

- 1) размер $D_x \times D_y$ [метр \times метр];
- 2) количество полос в каждом направлении: K_N – северное, K_W – западное, K_S – южное, K_E – восточное;
- 3) ширина полосы W_l [метр];
- 4) параметр входящего потока λ [секунда].

Входящий поток описывается интервалами времени между въезжающими автомобилями. Эти интервалы являются случайными величинами, подчиняющимися показательному распределению с параметром λ .

1.2. Система управления сигналами светофоров

Система управления сигналами светофоров описывается набором фиксированных параметров:

- 1) количество разрешающих сигналов N_s ;
- 2) продолжительность разрешающего сигнала T_s ;
- 3) продолжительность предупреждающего сигнала T_y .

1.3. Описание агента-автомобиля

Агент-автомобиль описывается набором фиксированных параметров:

- 1) длина L [м];
- 2) ширина W [м];
- 3) начальная скорость v_0 [м/с];
- 4) максимально допустимое ускорение A [м/с²];
- 5) максимально допустимое торможение D [м/с²].

Набор изменяемых параметров агента-автомобиля будем рассматривать как функции от времени:

- 1) координаты $x(t)$, $y(t)$ [м];
- 2) угол поворота автомобиля в глобальной системе координат $\varphi(t)$ [радиан];
- 3) скорость $v(t)$ [м/с].

Система управления водителем описывается набором фиксированных параметров:

- 1) время реакции водителя t_r [с];
- 2) область видимости R [м];
- 3) полоса появления на дороге B ;
- 4) направление движения M [N,W,S,E]

и изменяемых параметров:

- 1) угол поворота колес $\alpha(t)$ [радиан];
- 2) нажатая педаль $P(t)$ [1 - тормоз, 2 - не одна, 3 - акселератор];
- 3) сила нажатия на педаль акселератора $k_A(t)$;
- 4) сила нажатия на педаль тормоза $k_D(t)$.

1.4. Параметры модели

Основным параметром модели является время эксперимента T [с]. Для отображения агентов в среде SWARM используется преобразование физических величин к дискретным значениям. Для этого вводятся дополнительные параметры модели:

- 1) масштаб M [м/клетка];
- 2) размер клетки P [пиксел/клетка];
- 3) шаг по времени Δt [с/такт].

Тогда время моделирования, измеряемое в дискретных тактах, переводится в физическое время по формуле:

$$T = teaks \cdot \Delta t,$$

где $teaks$ — текущее время моделирования в дискретных значениях.

Физические координаты (x, y) преобразуются к дискретным значениям сетки (x_d, y_d) (рис. 1) по правилу

$$x_d = x_m + \left[\frac{x}{M} \right], \quad y_d = y_m - \left[\frac{y}{M} \right],$$

где $[a]$ — целая часть числа a , (x_m, y_m) — дискретные координаты середины перекрестка, вычисляемые по формулам

$$x_m = \frac{D_x}{2M}, \quad y_m = \frac{D_y}{2M}.$$

1.5. Правила

Движение агентов-автомобилей на перекрестке подчиняются трем правилам:

1. **Правило въезда.** Агенты заезжают на рассматриваемый участок дороги через определенные интервалы времени. Для каждой полосы длина интервала является случайной величиной с экспоненциальным законом распределения с параметром $1/\lambda$.

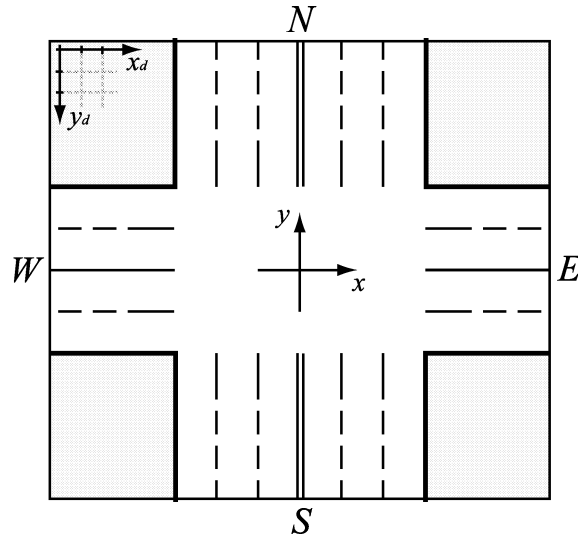


Рис. 1. Две системы координат.

2. **Правило пересечения.** Необходимо соблюдать дистанцию с впереди идущим агентом-автомобилем и въезжать на пересечение дорог на разрешающий сигнал светофора.
3. **Правило выезда.** Агент считается выехавшим с перекрестка, если его физические координаты выходят за пределы наблюдаемого участка дороги.

2. Описание модели движения автомобилей на перекрестке

2.1. Динамическая модель движения автомобиля

Полагаем, что движение автомобиля подчиняется закону равноускоренного движения тела. Поскольку мы рассматриваем движение автомобиля на плоскости, то для описания его положения достаточно задать три координаты x , y , φ . Будем рассматривать координаты автомобиля как функции от времени t . Вычисление координат автомобиля осуществляется в дискретные моменты времени с шагом Δt :

$$\begin{aligned}
 x(t + \Delta t) &= x(t) + r_x(t + \Delta t) \cos \varphi(t) + r_y(t + \Delta t) \sin \varphi(t), \\
 y(t + \Delta t) &= y(t) + r_x(t + \Delta t) \sin \varphi(t) - r_y(t + \Delta t) \cos \varphi(t), \\
 \varphi(t + \Delta t) &= \varphi(t) + r_\varphi(t + \Delta t), \\
 x(0) &= x_0, \\
 y(0) &= y_0, \\
 \varphi(0) &= \varphi_0,
 \end{aligned}$$

где x_0, y_0, φ_0 — начальные координаты автомобиля, задаваемые согласно полюсу появления автомобиля; $r_x(t), r_y(t), r_\varphi(t)$ — функции, определяющие перемещение автомобиля в собственной системе координат, которые вычисляются по

формулам:

$$\begin{aligned} r_x(t + \Delta t) &= v(t + \Delta t) \cdot (\cos \alpha(t) + \frac{W}{2L} \sin \alpha(t)) \Delta t, \\ r_y(t + \Delta t) &= \frac{1}{2} v(t + \Delta t) \cdot \sin \alpha(t) \cdot \Delta t, \\ r_\varphi(t + \Delta t) &= \frac{1}{r} v(t + \Delta t) \cdot \sin \alpha(t) \cdot \Delta t. \end{aligned}$$

Функция скорости $v(t)$ изменяется согласно сигналам управления P , k_D , k_A :

$$v(t + \Delta t) = \begin{cases} v(t) - D \cdot k_D(t) \Delta t, & \text{если } P(t) = 1, \\ v(t), & \text{если } P(t) = 2, \\ v(t) + A \cdot k_A(t) \Delta t, & \text{если } P(t) = 3. \end{cases}$$

2.2. Описание поведения водителя

Алгоритм поведения водителя на перекрестке состоит из трех блоков: следование за автомобилями, наблюдение за светофорами, движение по маршруту. Каждая компонента формирует сигнал управления, получаемый исходя из внешнего влияния на систему. На основе трех управляющих сигналов формируется один, интегрирующий в себе все сигналы. Он и передается в модель автомобиля как управляющий сигнал водителя.

Алгоритм следования за автомобилями. Этот блок предназначен для описания поведения водителя, обеспечивающего соблюдение дистанции до впереди идущего автомобиля.

1. Вычисляем предельное расстояние S_r обзора дороги водителем:

$$S_r = t_r \cdot v(t).$$

Это расстояние показывает, где окажется автомобиль за время реакции водителя t_r при том, что автомобиль будет продолжать движение со скоростью $v(t)$.

2. Просматриваем все узлы сетки пространства перекрестка на пути следования автомобиля от текущей точки до точки, удаленной от нее на расстояние S_r .

3. Если в некотором узле найден другой агент-автомобиль, то вычисляется расстояние d_a до него и определяется его скорость v_a . Затем вычисляется сила нажатия на педаль тормоза, которая позволит избежать столкновения автомобилей:

$$f_1 = \begin{cases} 0,01, & \text{если } F_1 < 0,01, \\ F_1, & \text{если } 0,01 \leq F_1 < 1, \\ 1, & \text{если } F_1 \geq 1, \end{cases} \quad \text{где } F_1 = \frac{(v(t) - v_a)^2}{(d_a - L) \cdot D}.$$

Подсистема возвращает значение $P_1 = 1$ (педаль «тормоза») и силу нажатия f_1 , в случае, когда хотя бы один автомобиль был найден, иначе сообщается, что изменений в управлении нет.

Алгоритм наблюдения за светофорами. Этот блок описывает поведение водителя, обеспечивающего выполнение сигналов светофора на перекрестке. Выполнение этого блока осуществляется только до момента въезда автомобиля на пересечение дорог.

Если текущий сигнал светофора является запрещающим для данного автомобиля, то определяется сила нажатия на педаль тормоза. Торможение рассчитывается с учетом того, чтобы автомобиль успел затормозить перед «стоп-линией».

$$f_2 = \begin{cases} 0,01, & \text{если } F_2 < 0,01, \\ F_2, & \text{если } 0,01 \leq F_2 < 1, \\ 1, & \text{если } F_2 \geq 1, \end{cases} \quad \text{где } F_2 = \frac{v(t)^2}{r \cdot D},$$

здесь r – расстояние от автомобиля до «стоп-линии».

Подсистема возвращает значение $P_2 = 1$ и силу нажатия f_2 в случае, если сигнал светофора запрещающий, иначе сообщается, что изменений в управлении нет.

Алгоритм движения по пути. При создании агента-автомобиля ему присывается путь, который он должен проехать по перекрестку (см.п. 2.3.). Согласно этому пути водитель управляет автомобилем так, чтобы он проехал как можно ближе к ключевым точкам пути, а также скорость автомобиля должна быть близка к значению скорости, заданной в ключевой точке.

Для контроля скоростного режима оценивается разность $v_i - v(t)$, где v_i – желаемая скорость в ключевой точке.

Если $v_i - v(t) > 0$, тогда

$$P_3 = 3, f_3 = \frac{(v_i - v(t))^2}{r \cdot A},$$

иначе если $v_i - v(t) < 0$, тогда

$$P_3 = 1, f_3 = \frac{(v(t) - v_i)^2}{r \cdot D},$$

в случае $v_i - v(t) = 0$:

$$P_3 = 2, f_3 = 0,$$

здесь r – расстояние от автомобиля до ключевой точки

$$r = \sqrt{(x(t) - x_i)^2 + (y(t) - y_i)^2}.$$

Угол поворота руля автомобиля вычисляется по формуле:

$$\alpha_3 = \arctan \left(\frac{2R_x}{R_y - \frac{W}{L}R_x} \right),$$

где

$$R_x = -(x_i - x(t)) \sin \alpha(t) + (y_i - y(t)) \cos \alpha(t),$$

$$R_y = (x_i - x(t)) \cos \alpha(t) + (y_i - y(t)) \sin \alpha(t),$$

здесь x_i, y_i – координаты текущей контрольной точки.

Если контрольная точка достигнута, то есть расстояние до нее меньше заданного параметра ε_R , то берется следующая контрольная точка, то есть переменную i увеличиваем на 1.

Выбор окончательного режима управления. Приведенные выше алгоритмы формируют сигналы управления, которые необходимо объединить в один сигнал — то решение, которое «принимает» водитель. Среди всех сигналов выбирается тот, который требует максимального торможения. Если же сигналов торможения не поступало, то выбирается сигнал ускорения. Параметры управления P^* , k_D^* , k_A^* , α^* формируются согласно следующему алгоритму:

1. Установить $P^* = 2, k_D^* = 0, k_A^* = 0, \alpha^* = 0$.
2. Если $P_1 = 1$, то $P^* = 1, k_D^* = f_1$.
3. Если $P_2 = 1$ и $f_2 > k_D^*$, то $P^* = 1, k_D^* = f_2$.
4. Если $P_3 = 1$ и $f_3 > k_D^*$, то $P^* = 1, k_D^* = f_3$.
5. Если $P_3 = 3$ и $P^* \neq 1$, то $P^* = 3, k_A^* = f_3$.
6. Установить $\alpha^* = \alpha_3$.

Функции изменения управления $P(t), k_D(t), k_A(t), \alpha(t)$ можно принять равными полученным значениям $P^*, k_D^*, k_A^*, \alpha^*$:

$$P(t) = P^*, k_D(t + \Delta t) = k_D^*, k_A(t + \Delta t) = k_A^*, \alpha(t + \Delta t) = \alpha^*.$$

2.3. Формирование пути автомобиля

В тот момент, когда на перекрестке должен появиться автомобиль, ему приписывается путь, который он должен пройти. Этот путь задается 4-мя ключевыми точками. На рис. 2 приведен пример таких путей. Точка «0» обозначает место появления автомобиля. Точка «1» — место пересечения пути с линией светофора. Точка «2» — место на той полосе, где должен оказаться автомобиль после перекрестка. Точка «3» — место, где автомобиль должен покинуть перекресток.

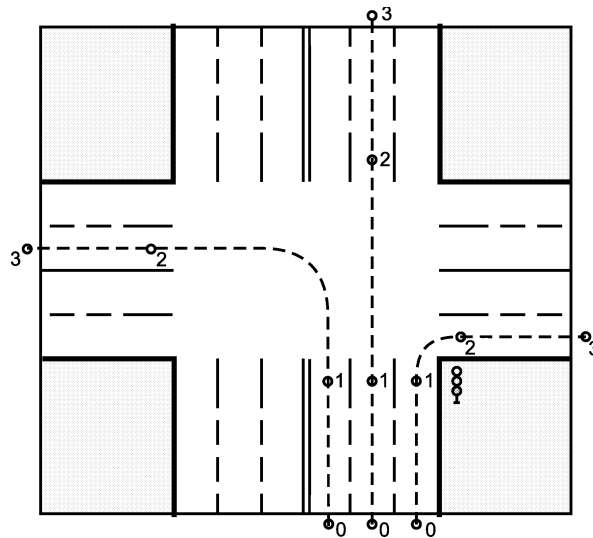


Рис. 2. Ключевые точки пути автомобиля на перекрестке.

Каждая i -я точка ($i = 0, 1, 2, 3$) описывается четырьмя параметрами: x_i, y_i, α_i, v_i . Эти параметры указывают желаемое положение автомобиля и его скорость при прохождении ключевой точки. Координаты ключевых точек задаются согласно требуемому пути. Скорость задается исходя из ограничений,

накладываемых физическими параметрами перекрестка (радиус поворота, состояние дорожного покрытия и прочие факторы). В нашем случае установим параметры согласно следующим правилам:

1. В точке «0» задается начальная скорость $v_0 = 5$ [м/с].
2. В точках «1» и «2» скорость выбирается исходя из типа поворота:
 - а) прямо: $v_i = 15$ [м/с];
 - б) налево: $v_i = 8$ [м/с];
 - в) направо: $v_i = 5$ [м/с].
3. В точке «3» задается максимальная скорость $v_3 = 20$ [м/с].

3. Результаты моделирования

3.1. Определение геометрических свойств перекрестка

На рис. 3 изображен график динамики скорости автомобилей при движении прямо, налево и направо по перекрестку. В данном случае нет ограничений, накладываемых светофорами, и помех, создаваемых другими автомобилями. Таким образом, можно рассматривать полученный результат как геометрический тест перекрестка, то есть влияние геометрии перекрестка на динамику движения по нему.

Полученные результаты измерений свойств перекрестка:

1. При движении прямо:
 $t = 7,00$ с, $s = 80,90$ м, $v_{max} = 18,50$ м/с, $v_{mid} = 11,51$ м/с.
2. При движении налево:
 $t = 8,25$ с, $s = 82,83$ м, $v_{max} = 16,58$ м/с, $v_{mid} = 10,01$ м/с.
3. При движении направо:
 $t = 9,85$ с, $s = 70,02$ м, $v_{max} = 13,59$ м/с, $v_{mid} = 7,10$ м/с.

Здесь t — время нахождения на перекрестке, s — пройденное расстояние, v_{max} — максимально достигнутая скорость, v_{mid} — средняя скорость прохождения перекрестка.

На рис. 4 приведены графики изменения скорости автомобилей в условиях действия светофора. Три автомобиля появились на перекрестке в разное время. Вторым и третьим автомобилями появились через 20,7 и 30,05 секунды после первого соответственно. Каждый из них доехал до «стоп-линии» и остановился, ожидая разрешающего сигнала светофора. Затем они тронулись в одно и то же время (на 37,5 с).

Динамика движения автомобилей по одной полосе на управляемом перекрестке продемонстрирована на рис. 5. На графике изображены кривые изменения положения автомобиля на перекрестке во времени. Автомобили последовательно появляются на перекрестке, что обозначено началом соответствующей кривой на оси времени (time). Все кривые заканчиваются в точке достижения конца наблюдаемой части перекрестка, в нашем случае достигаемое расстояние равно 80 м (ось distance). На рисунке также указаны два характеризующих среза данных (А и В). Срез «А» соответствует времени $t = 25,6$ с, что описывает положение автомобилей на перекрестке в момент включения разрешающего

Velocity dynamics

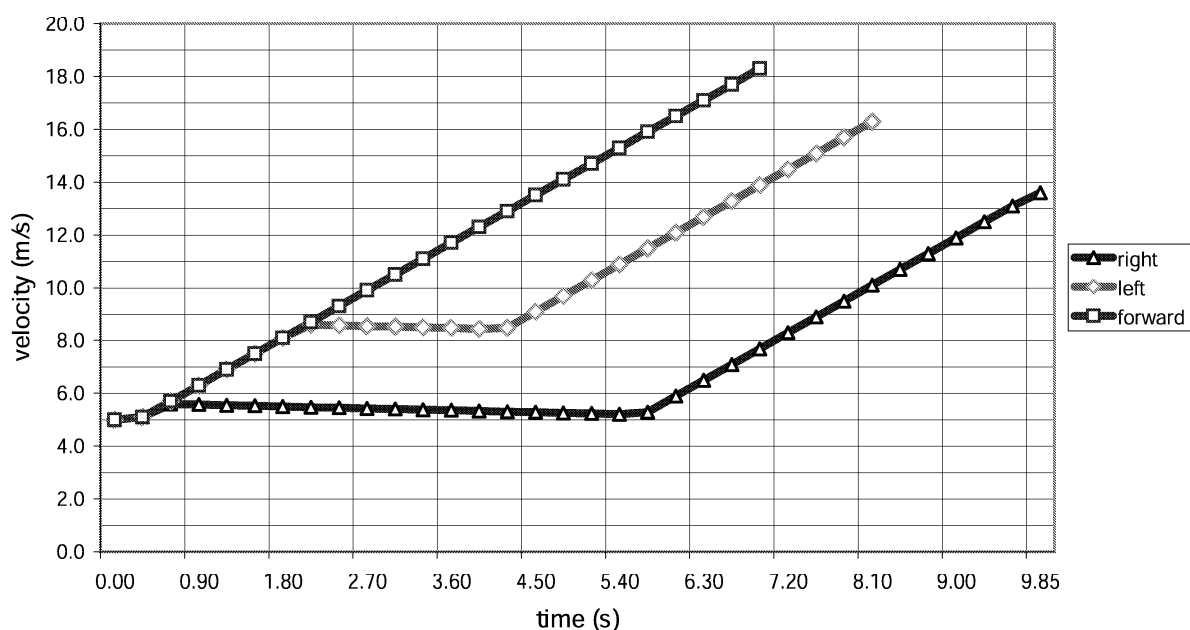


Рис. 3. Динамика скорости автомобилей при движении без ограничений.

сигнала светофора. Расстояние между указанными узлами этого среза соответствует расстоянию между центрами автомобилей, выстроившихся в очередь на перекрестке. В данном эксперименте эти величины составили: 4,31; 4,26; 6,39; 5,6 м. Это означает, что расстояние между автомобилями меняется от 0,26 до 2,39 м.

Срез «В» показывает интервалы времени замещения автомобилем его предшественника в очереди. Замер времени производится в одной точке — точке въезда на перекресток. В нашем эксперименте интервалы замещения τ_i составили: 2,30; 0,9; 0,95; 0,65; 0,7 с. Эти величины показывают, насколько быстро автомобили проезжают перекресток. В данном случае первый интервал (2,30 с) указывает на момент разгона автомобилей, а остальные на время замещения автомобиля его последователем (0,65 – 0,95 с). Средняя величина времени замещения получается $\tau = 0,8$ с.

3.2. Вычисление выходящего потока

Полученные результаты моделирования показывают геометрические свойства перекрестка, которые описываются, с одной стороны, ограничениями на скорость проезда перекрестка, а с другой — временем преодоления данного. При этом полученные временные характеристики дают возможность оценить пропускную способность перекрестка. Для этого необходимо вычислить количество автомобилей, которые смогут проехать перекресток за время разрешающего сигнала светофора. В нашем случае это величина N , которая определяется из

Velocity dynamics

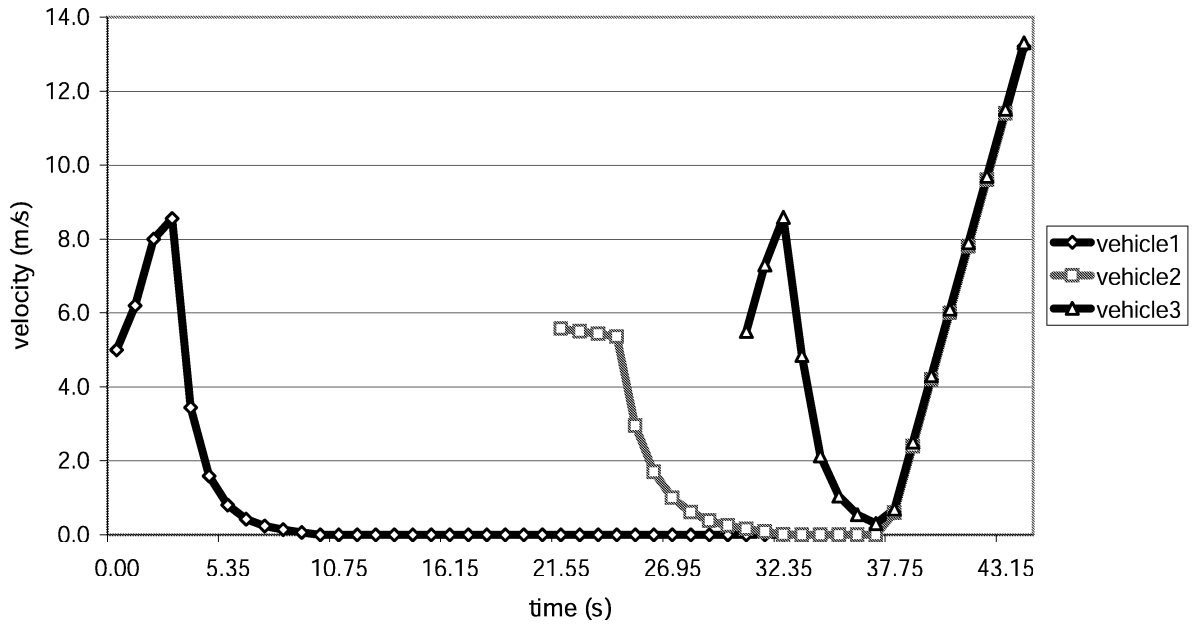


Рис. 4. Динамика скорости автомобилей с учетом влияния светофора.

условия:

$$\sum_{i=1}^N \tau_i \leq T_s,$$

здесь τ_i — время замещения i -го автомобиля $(i + 1)$ -м. В представленном варианте при $T_s = 15$ [с] получается

$$N = \frac{T_s - \tau_1}{\tau} = \frac{15 - 2,3}{0,8} = 15,875.$$

Найденное N показывает, что для времени разрешающего сигнала $T_s = 15$ [с] максимальное количество автомобилей, проезжающих за один сигнал, не превышает 15 автомобилей. Учитывая принятые в эксперименте $N_s = 4$, $T_y = 3$ [с], получаем пропускную способность перекрестка:

$$P_{out} = \frac{60 \cdot N}{N_s(T_s + T_y)} = \frac{60 \cdot (T_s - \tau_1)}{\tau N_s(T_s + T_y)}. \quad (1)$$

При заданных параметрах модели получаем

$$P_{out} = \frac{60 \cdot (15 - 2,3)}{0,8 \cdot 4 \cdot (15 + 3)} = 13,23 \text{ [авто/мин]}.$$

График функции $P_{out}(T_s)$ изображен на рис. 6. Вид функции показывает, что существует максимально достижимый (ограниченный сверху) выходной поток, который достигается при увеличении длительности разрешающего сигнала.

Vehicle dynamics on crossroad

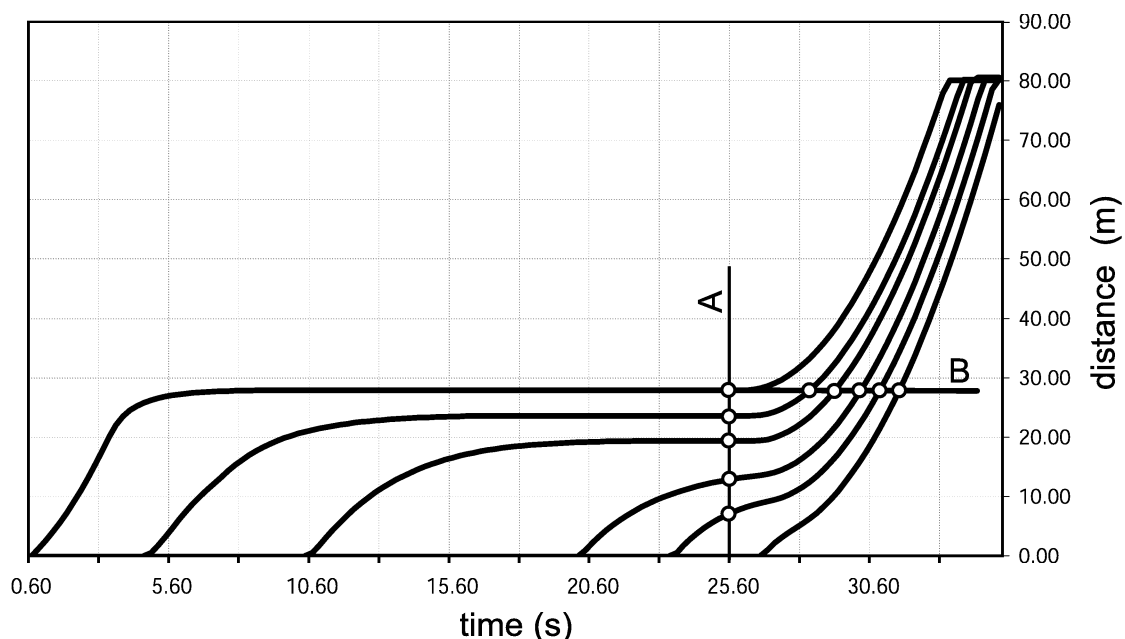


Рис. 5. Динамика движения автомобилей по одной полосе на управляемом перекрестке.

3.3. Определение оптимального значения разрешающего сигнала

Входящий поток автомобилей характеризуется параметром λ и определяется из формулы:

$$P_{in} = \frac{60}{\lambda} \text{ [авто/мин]}.$$

В зависимости от параметра λ формируется поток автомобилей, который либо проходит через перекресток при $P_{in} < P_{out}$, либо образует очередь с постоянным накоплением автомобилей в ней при $P_{in} > P_{out}$. Получается, что при $\lambda < \frac{N_s(T_s + T_y)}{N}$ формируется очередь. В условиях проводимого эксперимента параметр λ должен быть больше 4,54, чтобы очередь не образовывалась. А при значениях меньших 4,54 очередь образуется. Величина $\lambda = 4,54$ соответствует значению входящего потока $P_{in} = 13,23$ [авто/мин].

В случае если потоки неодинаковые и составляют $P_{in}^1, P_{in}^2, \dots, P_{in}^{N_s}$ [авто/мин], оптимальные значения времени разрешающего сигнала T_s^i для каждого потока можно найти, предположив, что $P_{in}^i = P_{out}^i$. Подставив значение P_{in}^i в выражение для вычисления P_{out} и изменив соответствующим образом вычисления времени для разных T_s^i , получаем систему уравнений относительно неизвестных T_s^i :

$$P_{in}^i = \frac{60 \cdot (T_s^i - \tau_1)}{\tau \left(\sum_{j=1}^{N_s} T_s^j + N_s T_y \right)}, \quad i = 1, 2, \dots, N_s.$$

Output flow vs. green light time
function $P_{out}(T_s)$

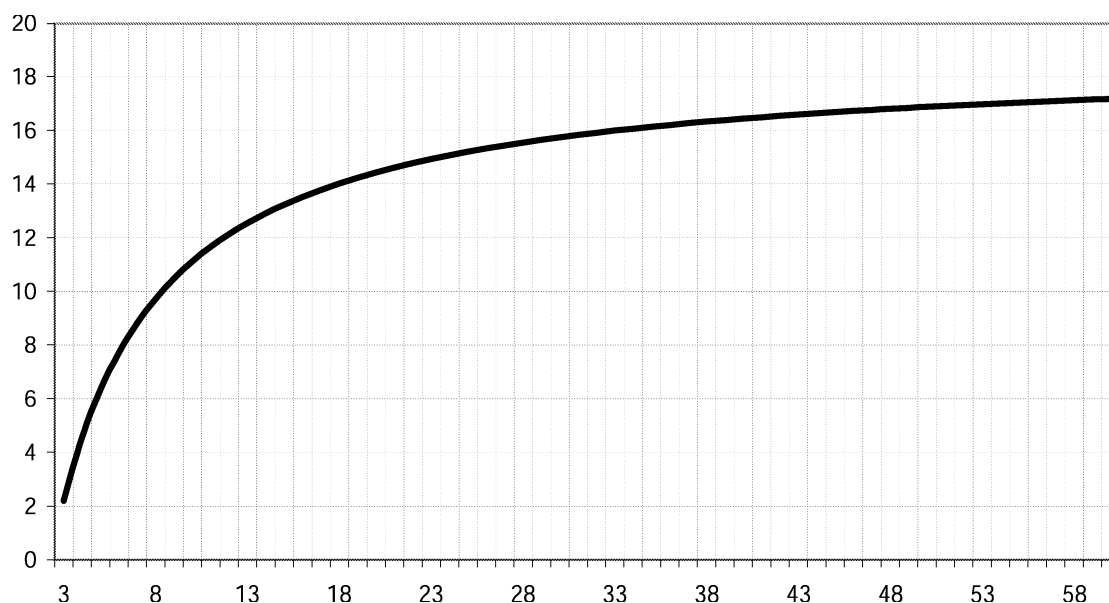


Рис. 6. Изменение максимального выходного потока для перекрестка с равными потоками в зависимости от времени разрешающего сигнала.

Преобразуем систему в вид:

$$\left(\frac{60}{\tau P_{in}^i} - 1\right) T_s^i - \sum_{j \neq i} T_s^j = \frac{60 \cdot \tau_1}{\tau P_{in}^i} + N_s T_y, \quad i = 1, 2, \dots, N_s. \quad (2)$$

Видно, что система является линейной, решение которой легко найти, например, методом Гаусса.

Приведем пример решения системы. При заданных входящих потоках: $P_{in}^1 = 10$, $P_{in}^2 = 15$, $P_{in}^3 = 12$, $P_{in}^4 = 8$ [авто/мин].

Получаем оптимальные значения длительности разрешающих сигналов:

$$T_s^1 = 9,37, T_s^2 = 12,90, T_s^3 = 10,78, T_s^4 = 7,95 \text{ [c]}.$$

4. Заключение

Построенная модель движения автомобилей по перекрестку и проведенные эксперименты позволяют сделать следующие выводы:

1. Интервалы замещения τ_i автомобилей на перекрестке определяются геометрическими свойствами перекрестка, а также параметрами автомобиля и водителя. Было показано, что эти интервалы можно заменить средним значением τ кроме первого τ_1 , который значительно отличается от τ . Это обусловливается тем, когда автомобиль трогается с места.

2. Выходящий поток P_{out} автомобилей с перекрестка ограничивается либо значением входящего P_{in} , либо величиной, зависящей от времени разрешающего сигнала T_s , определенной в формуле (1).
3. При различных входящих потоках оптимальные интервалы времени разрешающего сигнала находятся из системы линейных уравнений (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Фролова Ю.В. *Мульти-агентное моделирование социальных процессов в SWARM*. // Математические структуры и моделирование. 2000. Вып. 5. С. 90–96.
2. Helbing D. *Traffic and related self-driven many-particle systems* // Reviews of Modern Physics. 2001. V.73. P.1067-1141.