

## **ЗАДАЧА ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПИСАНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ ЧЛЕНАМИ КОЛЛЕКТИВА (СЕМЬИ)**

**А.В. Красникова**

аспирант, e-mail: krasnikovaanv@gmail.com

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

**Аннотация.** В статье изучается задача, которая состоит в предоставлении оптимального распределения работ и обязанностей в коллективе с учётом предпочтений и навыков каждого работника.

**Ключевые слова:** семья, распределение работ, оптимальное расписание, психософия, пай-тип.

### **1. Введение**

В данной статье составлена математическая модель задачи формирования оптимального расписания выполнения работ членами коллектива (семьи) с учётом их приоритетов и решён частный случай этой задачи. Рассматриваемая задача относится к классу NP-полных задач целочисленного программирования, для которых вычислительная сложность решения растёт экспоненциально с ростом числа переменных.

Практическая значимость решения данной задачи состоит в возможности распределять дела и обязанности в коллективе с учётом предпочтений и навыков каждого работника.

В настоящее время обязанности чаще всего распределяются директивно руководителем коллектива, а проверка оптимальности назначения работникам определённых задач осуществляется методом прямого перебора: если сотрудник явно не справляется с задачей, задача передаётся другому работнику, часто без какого-либо существенного анализа. Этот метод требует значительных затрат времени, денег и других ресурсов, а результат каждого отдельного использования работника на определённой задаче может быть и нулевым, если работник не справится с задачей, и отрицательным, если он потратит ресурсы, которые нужно будет восстанавливать.

Использование данной модели и найденного решения:

- повысит удовлетворённость работников при выполнении работ,
- повысит качество выполняемых работ;
- позволит оптимизировать работу коллектива с учётом имеющихся ограничений;

- значительно сократит расходы временных и финансовых ресурсов для предприятия;
- как следствие, увеличит прибыль предприятия.

На практике достаточно трудно учитывать особенности характера работников, уровень их практических навыков, предпочтения работника к той или иной деятельности. В настоящее время при решении задач о расписании учитывают больше логические, а не этические характеристики. Однако используя знания о предпочтениях, приоритетах каждого человека, участвующего в трудовом процессе, сформулируем задачу о расписании с учётом этой информации.

## 2. Постановка задачи

Задача, которую я здесь рассматриваю, связана с уменьшением времени на труд и увеличением свободного времени для отдыха и совместных развлечений, повышением качества выполняемых работ работниками с учётом их приоритетов. Мне приятнее рассматривать решение данной задачи в рамках семьи, но её можно переформулировать для аналогичных задач, выполняемых любым трудовым коллективом.

Итак, есть семья из  $m$  человек:  $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ , включая наёмный персонал, например: мама, папа, старший сын, дочь, младший сын, бабушка, репетитор, няня, домработница, сантехник и т. д. И есть  $n$  работ разного рода  $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ , как внутри дома, так и вне его, которые нужно выполнить. Это могут быть: мытье полов, выполнение уроков, проверка уроков, покупка продуктов, приготовление завтрака, обеда, получение льгот, участие в родительском собрании и т. д.

Далее  $i$  — это номер работника, который выполняет работу,  $j$  — это номер работы.

## 3. Условия, накладываемые на работы

Для каждой работы  $j$  установим категорию, к которой она будет относиться. Для обозначения категорий я выбрала аспекты из психософии.

Психософия — это психологическая теория, созданная А.Ю. Афанасьевым в начале 1980-х годов. Психософия рассматривает характер взаимодействия человека с окружающей средой, отношение к той или иной информации и приоритетность тех или иных аспектов, т. е. количественные, а не качественные, характеристики информации: Воля (В), Логика (Л), Эмоция (Э), Физика (Ф) [2].

Если работа связана с манипуляцией физическими объектами, например, глажка, уборка, покупка продуктов, перемещение мебели, — то она будет относиться к категории Ф. («Физика — отношение к материальному миру и его объектам: внешнему виду, еде, собственности, деньгам, репродуктивной функции, комфорту, физической заботе, практическим навыкам, конкретным физическим действиям, технологиям» [1]).

Если работа связана с построением карьеры, продавливанием или отстаиванием интересов семьи, организацией людей, руководством, тренировкой волевых навыков и ответственности, то она будет относиться к категории В («Воля — отношение к энергии объектов, воле, власти, решительности, славе, популярности, лидерству» [1]).

В категорию Л попадают дела, связанные с получением знаний, обучением других, анализом, работой с абстрактными понятиями («Логика — отношение к логическому мышлению, анализу, знаниям, эрудиции, а также ко всему, что касается мнений, доказательств, споров, поиска истины и научно-исследовательской стороны жизни, абстрактных логических построений, идей» [1]).

Э — это эмоциональные реакции, чувства, переживания, отношения [1]. К этой категории можно отнести дела, связанные с развлечением, влиянием на настроение, разрешением вопросов морали, этического воспитания.

Введём функцию  $K(j)$ , которая для каждой работы  $j$  принимает одно из четырёх значений из набора аспектов {В, Ф, Э, Л}.

Есть дела, которые можно назвать многоаспектными, например, задача «посидеть с ребёнком», предполагает работу по Физике: с ним нужно гулять, его нужно переодевать, кормить, купать; работу по Эмоции: утешать, когда он расстроен, развлекать, общаться с ним, учить управлять своими эмоциями.

Также нужны и Логические занятия: тренировка логических навыков, умения систематизировать, упорядочивать окружающий мир, отмечать причинно-следственные связи; и занятия по Воле: учить принимать решения, нести ответственность, настаивать на своём или подчиняться.

В данном случае будем разбивать задачу на несколько подзадач (операций): например, 4 часа с ребёнком — это 2 часа по Ф, 1 — Э, 0,5 — Л и 0,5 — В. Если говорить о классификации задач о расписании, то при таком разбиении это будет задача s-пакетирования: время выполнения пакета задач — это суммарное время всех работ в пакете [4]. Но в этой статье будем рассматривать каждую операцию как отдельную работу и не будем объединять операции в блоки.

Для каждой работы введём стандартное время её выполнения  $l(j)$  — это среднее время, которое необходимо работнику для выполнения данной работы. Например, помыть посуду в среднем составляет 15 минут:  $l(\text{мытьё посуды}) = 0,25$  ч.

#### 4. Условия, накладываемые на работников

Будем рассматривать случай, когда каждая работа выполняется только одним работником без прерываний [4].

Как у каждой работы, у каждого работника есть приоритеты относительно каждой категории задач. «Все аспекты располагаются в психической структуре личности определённым образом. Любой из аспектов может стоять на первом месте в списке приоритетов (или иначе занимать первую функцию), на втором (занимать вторую функцию), на третьем или на четвёртом (занимать третью или четвертую функцию), но при этом ни один аспект не может занимать два

места одновременно у одного человека. То, на какую позицию попадёт аспект, определяет, как он будет у человека проявляться, как человек будет относиться ко всему, что с ним связано, насколько субъективно ценным будет для него сфера этого аспекта» [2].

Введём для каждого работника вектор  $P(i) = (p_1, p_2, p_3, p_4)$ , где  $p_k$  принимает одно из значений  $\{\mathcal{E}, \Phi, \mathcal{B}, \mathcal{L}\}$ , и все  $p_k$  различны, то есть  $P(i)$  является перестановкой этого множества ( $k$  от 1 до 4). Данный вектор, упорядоченный набор функций для человека, называется психософским типом, или короче, пй-типом работника.

Например, если  $P(i) = (\Phi\mathcal{L}\mathcal{E}\mathcal{B})$  для работника  $i$ , то это будет означать, что с работами категории  $\Phi$  и  $\mathcal{L}$  работник справляется быстро, легко и более качественно (эти аспекты у работника высокие: большое количество энергии на работу по аспекту, большее количество опыта, шаблонов, внутренняя уверенность в своих способностях, своём мнении; по этому аспекту он берет ответственность и за себя, и за других [1]), а с работами категории  $\mathcal{E}$  и  $\mathcal{B}$  он работает дольше, испытывает затруднения и качество такой работы ниже (эти аспекты в психософии низкие: малое количество энергии на работу по аспекту, малое количество опыта, шаблонов, переключаются ответственность на других или вышестоящие функции, избегают ответственности, есть стремление к поддержке извне [1]).

Функции  $\Phi$  и  $\mathcal{E}$  у данного работника будут принципиальными — человек проявляет инициативу, у него есть внутренняя мотивация на решение таких задач, и по ним он будет чуть усерднее работать, стараться доводить такие дела до конца, с этих дел труднее переключаться (принципиальные (доминирующие) функции — акцент на своём мнении по аспекту [1]). А  $\mathcal{L}$  и  $\mathcal{B}$  в нашем примере непринципиальные, по ним работнику будет легче переключаться: он может начать одну задачу, сделать другую и вновь вернуться к первой, включиться в работу, если есть инициатива извне (кто-то попросил или указал на необходимость выполнения этой задачи), не доделать эту задачу, если есть более важные задачи с его точки зрения (непринципиальные функции — акцент на мнении окружения по аспекту [1]).

Введём показатель 3 для высоких и 7 для низких функций. Введём также показатели для принципиальных и непринципиальных задач: 4 и 6. Перемножая соответствующие показатели, получим следующие коэффициенты для «затрат энергии» у человека по каждой функции:  $E = \{12; 18; 28; 42\}$ . Стоимость выполнения работы будет ниже у высоких и принципиальных функций работника и выше у низких и непринципиальных. В данном случае я свожу задачу к задаче минимизации, поэтому чем выше показатель, тем более энергозатратно для работника решение задачи по соответствующей функции.

На основе данных показателей введём матрицу  $C(i, j)$  стоимости выполнения работы  $j$  работником  $i$ , коэффициенты которой определим следующим образом: если категория работы  $K(j) = p_k$  —  $k$ -му приоритету работника  $i$ , то выбираем значение номер  $k$  из множества  $E$ .

Также можно рассмотреть влияние процессионных и результативных функции в психософии [1] на работу человека по каждой функции, однако данные

признаки будут оказывать разное влияние при выполнении задачи в коллективе и индивидуально. В данной статье рассматривается вариант выполнения одной задачи одним работником.

Качество и скорость выполнения работ разного вида также будут зависеть от приоритетов работника. Поэтому можно рассматривать функцию качества выполнения работы  $Q(i, j)$ . Стандартное качество работы примем за 1, и  $i$  работник выполнит дело категории  $K(j)$  с качеством  $Q(i, j)$ , зависящим от того, на какую функцию попадает категория  $K(j)$  у  $i$  работника, его опыта и склонностей, зависящих, например, от типа работника по Соционике, другой типологии, разработанной А. Аугустинавичюте. В целом качество работы будет выше по более высоким и принципиальным пй-функциям.

Введём матрицу коэффициентов  $S(i, j)$  времени выполнения работы  $j$  работником  $i$ , или иначе, скорости, которая также будет зависеть от пй-типа работника и категории задания. Тогда время выполнения работы  $j$  работником  $i$  – это стандартное время выполнения данной работы  $l(j)$ , умноженное на соответствующий коэффициент из  $S(i, j)$ . Значения для скорости работы в зависимости от функции можно принять, исходя из следующих коэффициентов  $\{0,67; 1; 3,78; 5,67\}$ .

## 5. Возможные ограничения

Могут существовать отношения предшествования работ, например, прежде чем пойти на работу, нужно встать, умыться, одеться, позавтракать, и не важно, в каком порядке (задача *intree*). Или наоборот, прежде чем лечь спать, нужно умыться, переодеться и поужинать (задача *outtree*). Могут быть выстроены цепочки порядка выполнения дел (*sp-tree*[4]).

Существуют ограничения на время начала и завершения работ, например, все работы начинаются не раньше 8.00, заканчиваются не позднее 21.00, или, чтобы приехать на работу вовремя, все дела, предшествующие выходу из дома, должны быть завершены к определённое времени.

Начало каждого следующего дела происходит не раньше, чем закончено предыдущее. В течение дня рабочее время каждого члена семьи ограничено. Например, мама спит 9 часов в сутки, из 15 часов бодрствования она тратит 2 часа на еду и утренние и вечерние процедуры. Итого у мамы в течение суток свободно 13 часов. 6 дней мама работает по 8 часов и 9 часов в неделю занимается своими делами. Итого в неделю у мамы свободно 34 часа.

## 6. Целевая функция

Введём переменные  $x(i, j) \geq 0$ , принимающие некоторые значения, если работа  $i$  назначена работнику  $j$ , и значение 0 в ином случае.

Необходимо построить допустимое расписание выполнения задач для каждого работника и затем из всех допустимых решений выбрать оптимальное расписание, при котором минимизирована одна из следующих целевых функций:

- распределить дела так, чтобы работы максимально соответствовали приоритетам работников и работники затрачивали как можно меньше энергии на выполнение работ (меньше уставали), то есть нужно распределить дела, чтобы они максимально соответствовали менее энергозатратным функциям работников:

$$\sum_{i,j} C(i, j)x(i, j) \rightarrow \min;$$

- сделать так, чтобы у семьи было как можно больше свободного времени для совместного отдыха, то есть нужно максимизировать свободное время работников, и, соответственно, минимизировать общее рабочее время:

$$\sum_{i,j} l(j)T(i, j)x(i, j) \rightarrow \min;$$

- назначить работы так, чтобы они были выполнены максимально качественно

$$\sum_{i,j} K(i, j)x(i, j) \rightarrow \max,$$

или иначе:

$$\sum_{i,j} [l(j)T(i, j) - (i, j) - K(i, j)]x(i, j) \rightarrow \min .$$

## 7. Пример решения задачи

Решим частный случай этой задачи для следующих условий.

Работники: имеется семья мама, папа, сын, дочь, младший сын, бабушка и няня. Младший сын не будет являться работником, т. к. пока ещё не может выполнять значимых работ, и большая часть дел связана с уходом и присмотром за ним. Остальных работников пронумеруем согласно таблице 1.

Будем использовать для них, как и выше, коэффициент  $i$ . Пусть работники имеют следующие приоритеты по психософии:

Таблица 1. Пй-типы работников

|            |      |      |     |      |         |      |
|------------|------|------|-----|------|---------|------|
| Работники  | 1    | 2    | 3   | 4    | 5       | 6    |
| Приоритеты | Мама | Папа | Сын | Дочь | Бабушка | Няня |
| Эмоция     | 1    | 2    | 2   | 1    | 1       | 3    |
| Физика     | 2    | 1    | 1   | 2    | 2       | 1    |
| Воля       | 3    | 4    | 4   | 3    | 3       | 4    |
| Логика     | 4    | 3    | 3   | 4    | 4       | 2    |

В таблице стоят коэффициенты  $p_k$  для каждого работника, которые означают, к какой функции относится соответствующий приоритет у этого работника

Внесём в новую таблицу 2 значения  $C(i, j)$  — затраты энергии работником  $i$  на выполнение работы  $j$  согласно их приоритетам. Заполним ограничения  $a_i$

по свободному времени в неделю для каждого работника  $i$  и по суммарному времени для дел по каждой категории  $b_j$ , причём категорию Физика разобьём на трудные дела Фвзр, которые поручаются только взрослым, и дела для всех Фобщ. Выберем такой вариант, что время всех требуемых работ равно свободному времени всех работников

$$\sum_i a_i = \sum_j b_j.$$

Учтём ещё ряд особенностей, которые повлияют на коэффициенты  $C(i, j)$ . Бабушка устаёт, когда сидит с внуком по Э и по Ф, поэтому пропорционально увеличим для неё коэффициенты расхода энергии на 1,1 по этим категориям. Няне платят за работу, поэтому для няни также пропорционально увеличим коэффициенты затрат энергии, чтобы дела назначались ей с меньшей вероятностью. Задачи по В и по Л бабушке и няне не поручаем, поэтому сразу вводим значение  $M$  (очень большое число) для этих работ, задачи по В также не назначаем детям.

Для детей в ячейки категории дел Фвзр, которые они выполнять не могут: отвезти и забрать младшего сына от бабушки, купить продукты в дальнем супермаркете, погулять с младшим сыном, приготовить ужин поставим  $M$ . А для дел категории Фобщ: полить цветы, пропылесосить, приготовить завтрак, разогреть еду, сходить в ближайший магазин поставим значения для Ф. И в силу того, что у детей меньше опыта в решении задач и они тратят больше энергии, умножим их коэффициенты на 1,2 и округлим до целых чисел.

Таким образом мы получаем 5 разных категорий дел: Э, Фвзр, Фобщ, В, Л. Составляем следующую таблицу входных данных:

Таблица 2. Входные данные

|                 | Номер работника $i$             | 1    | 2    | 3    | 4    | 5       | 6    |                         |
|-----------------|---------------------------------|------|------|------|------|---------|------|-------------------------|
| Номер работ $j$ | Затраты энергии $C(i, j)$       | Мама | Папа | Сын  | Дочь | Бабушка | Няня | Количество работы $a_i$ |
| 1               | Эмоция                          | 12   | 18   | 20   | 14   | 14      | 20   | 56                      |
| 2               | Фвзр                            | 18   | 12   | 1000 | 1000 | 20      | 14   | 44                      |
| 3               | Фобщ                            | 18   | 12   | 14   | 20   | 20      | 14   | 16                      |
| 4               | Воля                            | 28   | 42   | 47   | 31   | 1000    | 1000 | 13                      |
| 5               | Логика                          | 42   | 28   | 31   | 47   | 1000    | 1000 | 13                      |
|                 | Свободное время работника $b_j$ | 34   | 21   | 21   | 26   | 20      | 20   | 142                     |

Получаем транспортную задачу.

$x(i, j)$  — в данном случае будет равно времени выполнения работ вида  $i$  работником  $j$ .

$C(i, j)$  — стоимость назначения работнику  $i$  единицы работы из категории  $j$ . Нужно минимизировать

$$\sum_{i,j} C(i, j)x(i, j) \rightarrow \min$$

при следующих ограничениях:

$$\sum_j x(i, j) \leq a_i, \quad i = 1, \dots, 5;$$

$$\sum_i x(i, j) \leq b_j, \quad j = 1, \dots, 6;$$

$$x(i, j) \geq 0.$$

Решим транспортную задачу, используя метод минимального элемента для нахождения опорного плана (тут важно ставить первым того из работников, кому предпочтительнее назначать дело при равных коэффициентах стоимости) и метод потенциалов для улучшения опорного плана.

Решение записано в таблице 3. В квадратных скобках указано количество часов  $i$  работы, которая назначена  $j$  работнику.

Таблица 3. Решение

|                 | Номер работика $i$              | 1      | 2      | 3      | 4      | 5       | 6      |                         |
|-----------------|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|-------------------------|
| Номер работ $j$ | Затраты энергии $C(i, j)$       | Мама   | Папа   | Сын    | Дочь   | Бабушка | Няня   | Количество работы $a_i$ |
| 1               | Эмоция                          | 12[10] | 18     | 22     | 15[26] | 14[20]  | 20     | 56                      |
| 2               | $\Phi_{\text{взр}}$             | 18[11] | 12[10] | 1000   | 1000   | 20      | 14[20] | 44                      |
| 3               | $\Phi_{\text{общ}}$             | 18     | 12     | 15[16] | 22     | 20      | 14     | 16                      |
| 4               | Воля                            | 28[13] | 42     | 51     | 34     | 1000    | 1000   | 13                      |
| 5               | Логика                          | 42     | 28[8]  | 34[5]  | 51     | 1000    | 1000   | 13                      |
|                 | Свободное время работника $b_j$ | 34     | 21     | 21     | 26     | 20      | 20     | 142                     |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию  $u_i + v_j \leq c_{ij}$  согласно методу потенциалов. Минимальные затраты составят  $F(x) = 12 * 10 + 15 * 26 + 14 * 20 + 18 * 11 + 12 * 13 + 14 * 20 + 15 * 16 + 28 * 13 + 28 * 8 + 34 * 5 = 2422$ .

Точно такое же решение получено при выборе опорного плана методами северо-западного угла, двойного предпочтения и аппроксимации Фогеля, и при использовании метода улучшения опорного плана распределительным методом.

Найденное решение для данной задачи будет единственным, так как если мы переместим 1 час работ от одного сотрудника другому, сохранив допустимость решения, значение целевой функции увеличится, и решение перестанет быть оптимальным.

Далее, разбив категорию работ на конкретные задания и опираясь на полученные соотношения, мы можем составить расписание на неделю в виде диаграммы Ганта.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Коваленко Р.К., Звонарёва Н.А. Соционика и психософия: взаимовыгодный симбиоз // Психология и соционика межличностных отношений. 2017. № 3–4. С. 65–71.



2. Афанасьев А.Ю. Синтаксис любви. Типология личности и прогноз парных отношений. М. : Черная белка, 2007. 352 с.
3. Василенко А.Э., Иванов П.А., Посаженикова С.В. Функциональные установки в Психо-йоге. URL: <http://psycheyoga.ru/index.php/психе-йога/39-2014-12-16-20-27-14.html> (дата обращения: 20.05.2020).
4. Brucker P. Scheduling algorithms. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 1998.

## THE PROBLEM OF CREATING AN OPTIMAL SCHEDULE OF WORK BY MEMBERS OF THE TEAM (FAMILY)

**A.V. Krasnikova**

Postgraduate Student, e-mail: [krasnikovaanv@gmail.com](mailto:krasnikovaanv@gmail.com)

Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

**Abstract.** In this article the problem, which consists in providing the optimal distribution of work and responsibilities in the team, is studied taking into account the preferences and skills of each employee.

**Keywords:** family, work distribution, optimal schedule, psychosophy, py-type.

## REFERENCES

1. Kovalenko R.K. and Zvonareva N.A. Sotsionika i psikhosofiya: vzaimovgodnyy simbioz. Psikhologiya i sotsionika ezhlichnostnykh otnosheniy, 2017, no. 3–4, pp. 65–71. (in Russian)
2. Afanas'yev A.Yu. Sintaksis lyubvi. Tipologiya lichnosti i prognoz parnykh otnosheniy. Moscow, Chernaya Belka Publ., 2007, 352 p. (in Russian)
3. Vasilenko A.E., Ivanov P.A., and Posazhennikova S.V. Funktsional'nyye ustanovki v Psikho-yoge. URL: <http://psycheyoga.ru/index.php/-/39-2014-12-16-20-27-14.html> (20.06.2020). (in Russian)
4. Brucker P. Scheduling algorithms. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 1998.

*Дата поступления в редакцию: 08.07.2020*