

## ЭТО БЫЛО НЕДАВНО, ЭТО БЫЛО ДАВНО

**А.А. Борисенко**

академик НАН Украины, д.ф.-м.н., профессор, e-mail: aborisenk@gmail.com

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина,  
Харьков, Украина

**Аннотация.** Воспоминания украинского академика А.А. Борисенко о встречах с А.Д.Александровым.

**Ключевые слова:** А.Д. Александров, геометрия, теоремы, учебники.



А.А. Борисенко

В 1964 году Александр Данилович Александров был избран академиком АН СССР по Сибирскому отделению. По уставу он должен был 5 лет проработать в Сибири. И так он ушел с должности ректора ЛГУ и уехал в Сибирь. И его сотрудники по кафедре геометрии тоже начали искать пристанище. Ученик А.Д. Александрова Евгений Поликарпович Сенькин переехал в Харьков в отдел геометрии А.В. Погорелов в Физико-техническом институте низких температур.

Я в 1964 году поступил на 1 курс механико-математического факультета Харьковского государственного университета, в 1967 году распределился на кафедру геометрии. В 1968 году Е.П. Сенькин вел семинар по книге А.Д. Александрова «Выпуклые многогранники». Так состоялось мое заочное знакомство с А.Д. Александровым. Я сделал доклад по теореме Минковского, меня заметил Е.П. Сенькин, и привел меня на семинар А.В. Погорелова.

На следующий год Милка А.Д. читал спецкурс по книге А.Д. Александрова «Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей». Ясно, что семинар и спецкурс полностью не покрывали содержание этих книг, и я пытался самостоятельно одолеть эти замечательные книги.

В 1969 году в Петрозаводске состоялся II Всесоюзный симпозиум по геометрии в целом. К этому времени я построил частный контрпример к вопросу о спрямляемости сферического отображения кратчайшей, и я так же поехал в Петрозаводск. И здесь произошла моя первая личная встреча с А.Д. Александровым. Я обратился к Александру Даниловичу с каким-то глупым вопросом по поводу поверхностей, которые являются разностью выпуклых. Тем не менее А.Д. меня внимательно выслушал и в конце нашей беседы он сказал, что

выпуклая геометрия кончилась и надо находить новые источники исследований. И я помню, что после защиты А.Д. Милкой докторской диссертации, я сформулировал, что Анатолий Дмитриевич забил последние гвозди в гроб выпуклой геометрии. Но проблемы выпуклой геометрии не исчерпали себя. В 90х годах конце XX века, по-моему, я получил интересные результаты о выпуклых гиперповерхностях в пространстве Лобачевского.

Вернувшись в Харьков, я поступил в аспирантуру к Е.П. Сенькину. Но он был уже болен и не мог мне помочь с выбором задачи. Я в течении года пробовал решить изопериметрическую задачу А.Д. Александрова, которая не решена до сих пор. Хотя была поставлена в 1949 году.

*Пусть  $F$  – замкнутые выпуклые поверхности в трехмерном евклидовом пространстве с внутренним диаметром  $d$ . Доказать, что наибольшую площадь имеет дважды покрытый круг диаметра  $d$ .*

Потом мне удалось поставить задачи для регулярных многомерных подмногообразий произвольной коразмерности в различных пространствах, и изучить их метрические и топологические свойства.

А в последнее время я использовал результаты А.Д. Александрова о выпуклых поверхностях для оценок длин кривых на этих поверхностях, удовлетворяющих некоторым ограничениям [1, 2].

В 1972 году была Всесоюзная конференция по геометрии в Самарканде. Там произошел казусный случай. А.Д. Александрова и А.В. Погорелова не пустили в ресторан гостиницы «Интурист», так как у них не было валюты. В Самарканде был отмечен 60-летний юбилей А.Д. Александрова. Благодаря усилиям Евгения Поликарповича Сенькина, на юбилей попал и я.

В 1981 году я был в Новосибирске на повышении квалификации А.Д. читал лекции по истории математики и этике. И действительно он читал историю идей, но даже в реализации А.Д. временами это выглядит скучновато. И я для себя решил, что историю математики нужно читать не отдельным курсом, а пронизывать изложение математики историческими замечаниями. На лекциях по истории математики А.Д. Александров по поводу результатов докторской диссертации высказал, что автор и сам не понимает значение его результатов. Наверное, только время оценивает истинную цену достижения. В.А. Топоногову обобщение теоремы А.Д. Александрова о сравнении углов треугольника на многомерные римановы пространства была поставлена А.И. Фетом. И когда эта теорема нашла широкое применение в глобальной римановой геометрии, в частности в доказательстве теоремы о сфере, то А.И. Фет прокомментировал это следующим образом: «Если бы я знал, что это такая важная теорема, то я бы сам ее доказал».

В это время А.Д. занимался написанием школьных учебников и читал лекции для учителей. После лекции настырные учителя буквально атаковали А.Д. Но Александр Данилович был в хорошей спортивной форме и мигом отрывался от них.

В 1983 году я защитил докторскую диссертацию в МГУ и мне из Отделения математики АН СССР были присланы три комплекта учебников по геометрии на рецензию:

- 1) учебники А.Д. Александрова, А.Л. Вернера, В.И. Рыжика;
- 2) учебники А.В. Погорелова;
- 3) учебники Л.С. Атанасяна, Э.Г. Позняка и соавторов.

К моему счастью, в комплекте учебников А.Д. были только учебники для физ.-мат. классов. Они были прекрасно написаны, с большим геометрическим воображением и учебники 2), 3) не составляли им конкуренции.

А.Д. Александров создал нерегулярные пространства Александрова. Анализ на этих пространствах бурно развивается. Он внес новые идеи в теорию уравнений с частными производными, ввел обобщенные решения для многомерных уравнений Монжа-Ампера.

Но я бы хотел обратить внимание на теорему А.Д. Александрова:

*Вложенная замкнутая поверхность постоянной средней кривизны в трехмерном евклидовом пространстве является стандартной сферой.*

Теорему А.Д. доказывают путем отрезания поверхности плоскостью  $\Pi$ , а потом зеркально симметрично отображает отрезанную часть поверхности относительно плоскости. Двигая параллельно плоскость разреза, мы приведем две части поверхности к виду, когда они имеют общую точку, а одна часть лежит внутри другой. Из принципа максимума следует, что эти две части поверхности совпадают и поверхность симметрична, относительно плоскости параллельной плоскости  $\Pi$ . Так как плоскость  $\Pi$  произвольная, то поверхность является сферой. Удивительно то, что позже был построен пример, когда без требования вложенности утверждение теоремы не имеет места. По красоте доказательство соперничает с доказательством теоремы Коши и в чем-то его превосходит, так как приводит глобальное условие к точечному противоречию.

Теорема А.Д. Александрова обобщалась в разных направлениях. Но самое главное – специалисты по уравнениям в частных производных сделали «метод движущейся плоскости» эффективным инструментом в аналитической теории. В частности, его использовал Л. Ниренберг.

Хочу обратить внимание, что пространства Александрова сыграли существенную роль при изучении Г. Перельманом особенностей Ricci flow. Это был существенный момент для возможности хирургии и дальнейшего продолжения потока Ricci. Вроде бы после решения Перельманом проблемы Пуанкаре Р. Гамильтон говорил, что если бы у него были знания по пространствам Александрова такие как у Г. Перельмана, то он бы сам завершил доказательство гипотезы Пуанкаре и Терстона.

В 1987, 1992, 1997 годах были конференции в институте Эйлера в г. Санкт-Петербурге посвященные юбилеям А.Д. Александрову, а также заседания Санкт-Петербургского математического общества. На одном из заседаний О.А. Ладыженская сказала, что в цивилизованных странах ученым уровня А.Д. присуждают титул Лорда.

Я счастлив, что попал в орбиту А.Д. Александрова, научным внуком которого я являюсь.

У А.Д. было всегда чувство самоиронии. На конференции 1982 года в Новосибирске Александр Данилович шутя сказал: «Академик – не Бог, но он богоподобный». А у него была как раз окладистая борода. Как раз в момент этого высказывания нас сфотографировали (см. Фото).



Рис. 1. Ю.Г. Решетняк, А.Д. Александров, А.А. Борисенко

## ЛИТЕРАТУРА

1. Borisenko A.A. An Estimation of the Length of a Convex Curve in Two-Dimensional Aleksandrov Spaces // *Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry*. 2020. Vol. 16, Issue 3. P. 221–227.
2. Borisenko A.A. Reverse isoperimetric inequality in two-dimensional Alexandrov spaces // *Proceedings of the AMS*. 2017. Vol. 145. P. 4465–4471.

**IT WAS RECENTLY, IT WAS A LONG TIME AGO****A.A. Borisenko**

member of Ukraine NAS, D.Sc. (Phys.-Math.), Professor, e-mail: aborisenk@gmail.com

Verkin Physical-Technical Institute for Low Temperatures, Khar'kov, Ukraine

**Abstract.** Recollections of the Ukrainian academician A.A. Borisenko on meetings with A.D. Aleksandrov**Keywords:** A.D. Aleksandrov, geometry, theorems, text-books.*Дата поступления в редакцию: 29.11.2021*