*Математические структуры и моделирование*
*2024. № 2 (70). С. 51–62*

УДК 517.95:332.122
DOI 10.24147/2222-8772.2024.2.51-62

# ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМЕ «ОПОЛЗНИ – НАВОДНЕНИЯ – ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ»

**А.К. Гуц**
доктор физ.-мат. наук, профессор, e-mail: aguts@mail.ru

Международный инновационный университет, Сочи, Россия

**Аннотация.** Предлагается математическая модель, которая описывает взаимовлияния трёх наиболее опасных природных явления в Большом Сочи. Это оползни, наводнения, порождённые ливневыми дождями, и землетрясения. Модель представляет собой систему из трёх дифференциальных уравнений, стационарные равновесия для которых известны как поверхности равновесия катастрофы «сборка». Тем самым модель учитывает возможные скачкообразные изменения состояния городских оползней, уровней затопления местности и подземные толчки. Предпринята попытка математически обнаружить возможность появления периодических процессов в развитии состояния системы «оползни – наводнения – землетрясения».

**Ключевые слова:** природные катастрофы, оползни, ливневые дождевые наводнения, математическая модель, теория катастроф, система дифференциальных уравнений, бифуркация Андронова–Хопфа.

## Введение

Среди наиболее опасных природных явлений, характерных для Большого Сочи, следует назвать оползни, наводнения, вызванные проливными дождями, и землетрясения. Каждое их них неплохо моделируется в рамках математической теории катастроф, но имеет смысл рассмотреть их как единую природную систему, описываемую системой дифференциальных уравнений, и изучить на предмет рождения в этой системе предельных циклов, или наличия бифуркации Андронова–Хопфа [1].

Ясно, что это предполагает, что каждое из перечисленных нами опасных явлений должно влиять на два других. Но, естественно, это легче описать математически, чем обнаружить в природе. И если общеизвестно, что обильные дожди вызывают оползни, а оползни, и особенно оползни-потоки, порождают затопления (наводнения), то трудно поверить, что оползни или наводнения способны вызвать землетрясения. Цель этой статьи – подтвердить это, опираясь на исследования специалистов, и убедиться в возможности периодических повторений каждого из описанных явлений, увязав их в единой системе дифференциальных уравнений.

## 1. Оползни-потоки и периодичность в системе «оползни – наводнения»

Для начала стоит убедиться в том, что наблюдения свидетельствуют о возможности периодических (сезонных) изменений в системе «оползни – наводнения». Иначе говоря, хотя общеизвестно, что ливневые дожди вызывают сползание оползней, менее известно, что оползни способны провоцировать время от времени (сезонно) наводнения.

Понятно, что сползший в реку оползень, перегородив её, приводит к накоплению воды, прорыву запруды и к катастрофическому паводку. Но вместе с этим существуют так называемые оползни-потоки, которые периодически приводят к затоплениям.

Оползни-потоки возникают в тех случаях, когда накопленные в эрозионном овраге массы становятся настолько водонасыщенными, что способны двигаться вниз по склону в виде узкого потока иногда на значительные расстояния [2].

«Типичные оползни-потоки встречаются в геотехнической практике довольно часто. Такое явление произошло в горах Словацкие Бескиды, в долине реки Ричница... склоны покрыты мощным слоем глинисто-песчаного обломочного материала, весьма склонного к оползанию. Оползень-поток возник в верхней части склона холма, в ложбине, промытой небольшим ручьём. Ложбина была заполнена глинисто-обломочным материалом мощностью до 15 м, сместившимся в неё в период предшествующих движений. После сильного ливня в домах селения Лискове, расположенного в верхней части оползневой территории, появились трещины. Несколько дней спустя водонасыщенные обломочно-глинистые массы потекли в долину ручья в виде узкого потока. Максимальная скорость движения, замеренная в средней части потока, составляла 25 м/ч. Поток горной массы имел 950 м в длину, а объём вовлечённых масс был определён в 900 тыс. м$^3$. Глинисто-песчаные и обломочные оползневые накопления были полностью перемещены, водонасыщены и стали вязкими, так что в первые дни были непроходимыми. Селение Лискове было разрушено полностью, и ещё два села были снесены в долину реки. Оползень-поток запрудил русло реки Ричница, и поднимающаяся вода угрожала нескольким другим селениям» [2].

## 2. События, в которых наводнения (подтопления) провоцируют землетрясения

То, что землетрясения способны вызвать сползание оползня, – это общеизвестный факт. Трудно поверить в то, что оползни, массы воды, затопляющие местность, могут способствовать тектоническим землетрясениям.

Однако в последние годы (с 2011 года) ряд исследователей заявили о том, что оползни, сдвинувшиеся из-за обилия влаги (проливные дожди, тайфуны, муссоны и пр.), могут спровоцировать землетрясения. Рассмотрим эти факты подробнее.

Впервые заметил связь между штормами и землетрясениями в 2011 году Шимон Вдовински из Университета Майами во Флориде [3].

**Тайвань**. «В 2009 году на остров обрушился самый смертоносный тайфун в современной истории... за такое же количество дней выпало 3 метра дождя, вызвав тысячи оползней. Но что удивило учёных, так это множество землетрясений, последовавших за выходом на берег тайфуна Моракот.

Новое исследование предполагает, почему они произошли: оползни стёрли так много почвы и камней, что земная кора, недавно облегчённая, прогнулась по-новому. <...> Американский исследователь Филипп Стир и его коллеги предположили, что этот тектонический сдвиг мог повлиять на сейсмическую активность. Поэтому они составили каталог более чем 340 000 землетрясений, произошедших на Тайване в период с 1995 по 2015 год. В районах, пострадавших от оползней, вызванных тайфуном Моракот, исследователи обнаружили трёхкратное увеличение частоты землетрясений сразу после урагана» [4, 5].

«Они также обнаружили рост количества небольших землетрясений после урагана. Было отмечено, что сейсмическая активность в этих районах оставалась выше нормы в течение примерно 2,5 лет» [4].

**Гаити**. Разрушительное землетрясение магнитудой 7,0, обрушившееся на Гаити в начале 2010 года, произошло всего через 18 месяцев после того, как остров был затоплен несколькими ураганами и тропическими штормами [3].

Отмечается, что вес воды сам по себе не вызывает землетрясение – скорее это результат последующей эрозии в результате оползней, которые последующие штормы неуклонно смывают в море.

**Гималаи**. «Аналогичные эффекты обнаруживают и в Гималаях, где летние муссоны сбрасывают обильные осадки на индийскую сторону горного хребта.

Гималаи возникли в результате движения Индийской плиты, которая продвигается на север в Евразию, образуя гигантскую зону разлома, отмеченную горами. Во время муссонов много воды стекает в индийские низменности.

Огромный вес воды заставляет Индийскую плиту слегка прогибаться под давлением. Это, в свою очередь, вызывает небольшое смещение края плиты» [3].

**США**. «В апреле 2013 года команда сейсмологов из Технологического института Джорджии повторно изучила данные о землетрясении 2011 года в Вирджинии с помощью программного обеспечения для распознавания образов и обнаружила корреляцию между прохождением поблизости урагана Айрин и неожиданным увеличением числа подземных толчков.

Ураган Айрин, мощный шторм, который прошёл на север вдоль Восточного побережья США через четыре дня после землетрясения магнитудой 5,8, обрушившегося на Вирджинию в 2011 году, возможно, вызвал некоторые из повторных толчков того землетрясения, как сообщили учёные сегодня на ежегодном собрании Американского сейсмологического общества в Солт-Лейк-Сити, штат Юта» [8].

Написанное выше не означает, как отметил Вдовински [3], что тайфуны вызывают землетрясения в сейсмически опасных регионах, отсутствие тайфуна не отменяет землетрясения.

> «Тайфун просто определяет время» землетрясения... Основной движущей силой, вызывающей землетрясения, является медленный процесс тектоники плит [3].

Иначе говоря, ещё предстоит вскрыть механизм, который приводит к подвижке плит в местности, подверженной катастрофическим затоплениям (см., например, [5]). Но это не является целью статьи.

## 3. Моделирование природной системы «оползни – наводнения – землетрясения»

Просмотр данных, приведённых в предыдущих параграфах, естественно наводит на мысль о необходимости описания всех трёх опасных природных явлений – оползней, наводнений, землетрясений – как единой системы, где каждое из указанных явлений влияет на другие.

Точнее, необходимо решить задачу, состоящую в создании объединённой математической модели трёх опасных природных явлений – оползней, наводнений и землетрясений, учитывающей их наблюдаемые взаимовлияния. Для этого мы начинаем с того, что ищем математическую модель (в форме дифференциального уравнения для каждого по отдельности интересующего нас явления), содержащую управляющие параметры и имеющую теоретико-катастрофический характер. Последнее имеет особое значение в связи с тем, что каждое из интересующих нас явлений носит катастрофический характер, и естественно, что для их описания активно используется математическая теория катастроф [10, 11]. Затем объединим найденные уравнения в виде системы дифференциальных уравнений, в которой учтены взаимодействующие члены.

### 3.1. Модель оползня

В этом случае мы воспользуемся моделью Кина–Джао–Ванга [13], описывающей оползень по наклонной плоскости:

$$\frac{dx}{dt} = -[x^3 + Hx + r], \tag{1}$$

где

$x$ – смещение оползня, характеризующие состояние оползня,

$H$ – управляющий параметр, отражающий деятельность человека, которая направлена на борьбу с оползнями; деятельность человека определяет, проявится ли активность оползня внезапно или постепенно, в зависимости от изменения геологических условий окружающей среды;

$r$ – управляющий параметр, связанный с ливневыми дождями.

### 3.2. Модель землетрясения

Используем теоретико-катастрофическую модель сдвигового тектонического землетрясения, предложенную в статье [14]:

$$\frac{dz}{dt} = -z^3 - pz - q, \tag{2}$$

где

$z = (u - u^*)/u^*$ – безразмерное смещение в разломе, $u^* = (m/(m+1))^{1/m}$,

$p = \frac{6(K-1)}{(m+1)^2}$ – отношение жёсткостей в блоке и в разломе,

$K = \frac{\text{(жёсткость породы при сдвиге в блоке}}{\text{начальная жёсткость на сдвиг в разломе}} \cdot \frac{b}{B}$,

$q = \frac{6}{(m+1)^2}(1/m - K\xi)$ – отношение жёсткостей в блоке и в разломе (смещение $\xi$),

$\xi = \frac{u_\infty - u^*}{u^*}$ – смещение в дальнем поле (в дали),

$m$ – натуральный параметр, который связан с механическими свойствами среды разлома.

### 3.3. Модель наводнения

Мы рассматриваем случай многосуточного ливневого дождя, когда вода поступает на изучаемую местность в форме осадков (дождь) и посредством затопления местности, вышедшей из берегов реки.

Пусть $w$ – средняя величина глубины воды. Примем, что существует величина $R > 0$ такая, что если $w^2 < R$, то скорость изменения величины $w$ положительна, т. е. вода прибывает. Но когда $w$ превысит $R$, то уровень затопления начинает спадать. Другими словами, уровень воды не может бесконечно расти до «небес». И отчасти этому, предполагаем, способствуют дождевые осадки.

Сказанное можно описать посредством уравнения

$$\frac{dw}{dt} = \rho w\left(1 - \frac{w^2}{R}\right) - \alpha r, \tag{3}$$

где $\rho, \alpha = const$.

### 3.4. Модель стихийного бедствия

Имея уравнения (1), (2), (3), мы можем представить модель опасного природного явления, при котором причинами оползня выступают дожди, или наводнение, или землетрясения, или всё вместе (вселенская катастрофа), в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_1(x, w, z) = -[H + x^2]x - rwz, \\[2ex] \dfrac{dw}{dt} = f_2(x, w, z) = \rho w\left(1 - \frac{w^2}{R}\right) - \alpha r x, \\[2ex] \dfrac{dz}{dt} = f_3(x, w, z) = -z^3 - pz - q. \end{cases} \tag{4}$$

В первом уравнении мы учли (нелинейное) влияние затоплений и землетрясений на сход оползней, а во втором уравнении – возможное влияние оползня на затопления (например, оползень может перегородить русло реки и вызвать затопление). Третье уравнение независимо от первых двух, поскольку трудно говорить о том, что оползни, дожди и наводнения могут влиять на землетрясения.

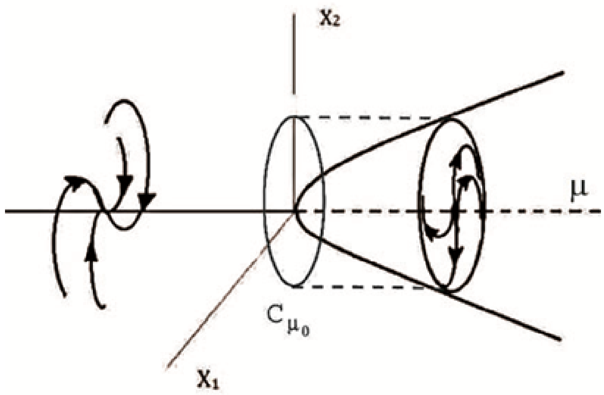


Рис. 1. Рождение циклического равновесия при $\mu > \mu_0 = 0$ при потере устойчивости стационарного равновесия $x = (0, 0), \mu < \mu_0 = 0$ [7]

Переходы от одного стационарного равновесия к другому происходят скачкообразно при пересечении управляющими параметрами своих бифуркационных множеств и известных в литературе как катастрофы типа «сборка». Достаточно подробно они описаны в работе [6]. Нас интересует возможность перехода стационарных равновесий в циклическое равновесие, известное под названием «бифуркация Андронова–Хопфа» (рис. 1). Иными словами, хотелось бы получить ответ на вопрос о том, могут ли оползневые смещения и уровни затопления, а в случае системы (4) ещё и подземные толчки, «ходить по кругу», т. е. изменяться с течением времени по замкнутой кривой в соответствующем им пространстве состояний (см. рис. 1).

Чтобы ответить на этот вопрос, надо воспользоваться различными вариантами теоремы Андронова–Хопфа о рождении предельных циклов [7, 15]. Один из них, принадлежащих Бо Сангу, приведён ниже в Appendix.

# 4. Обнаружение предельных циклов

## 4.1. Предельные циклы в модели (4)

Рождение циклов рассмотрим вначале для системы (5). Воспользуемся вариантом теоремы Бо Санга о бифуркации Андронова–Хопфа из работы [15]. Очевидно, $x_0 = w_0 = 0$ и $z_0$ – вещественный корень уравнения

$$3z^3 + pz + q = 0 \tag{5}$$

являются стационарными равновесиями системы (4), т. е.

$$\frac{dx}{dt}(x_0, w_0, z_0) = \frac{dw}{dt}(x_0, w_0, z_0) = \frac{dz}{dt}(x_0, w_0, z_0) = 0.$$

Нам необходимо найти собственные числа $\lambda_{1,2,3}$ матрицы

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial w} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial w} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial w} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{pmatrix} (x_0, w_0, z_0).$$

Вычисляя, находим

$$\begin{vmatrix} -H-\lambda & -rz_0 & 0 \\ \\ -\alpha r & \rho-\lambda & 0 \\ \\ 0 & 0 & -3z_0^2-p-\lambda \end{vmatrix} (0,0,z_0) = 0.$$

Откуда

$$\lambda^2 + (H+\rho)\lambda - (H + \alpha r^2 z_0) = 0$$

и

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\{-(H-\rho) \pm [-4\alpha r^2 z_0 - (H+\rho)^2]^{1/2} i\}, \quad \lambda_3 = -3z_0^2 - p,$$

где мы приняли, что

$$(H+\rho)^2 < -4\alpha r^2 z_0. \tag{6}$$

Полагая $\rho = \mu$, примем, что

$$Re\lambda_1(\mu_0) = \frac{1}{2}(\mu_0 - H) = 0,$$

а также

$$\lambda_3 = -3z_0^2 - p < 0. \tag{7}$$

Тогда поскольку

$$\lambda_3 < 0,$$
$$Im\lambda_1(\mu_0) = [-4\alpha r^2 z_0 - (H+\rho)^2]^{1/2} > 0$$

и

$$\frac{\partial Re\lambda_1(\mu_0)}{\partial \mu} = \frac{1}{2},$$

то выполнены условия теоремы Бо Санга (см. Appendix). Следовательно, у системы (5) существует семейство малых предельных циклов.

**Замечание 1.** Заметим, что неравенство (6) выполняется либо при $\alpha < 0$, либо при $z_0 < 0$.

Первое означает, что вода, благодаря дождям (морским тайфунам, торнадо (смерчи)), прибывает. В принципе, это, как предполагается в § 2, способствует землетрясениям.

Во втором случае уравнение (5) должно иметь отрицательный корень. При $p, q > 0$ это имеет место. Но данные коэффициенты характеризуют жёсткость пород в блоках и в разломе, и их знаки увязаны с реализацией землетрясения. Кроме того, знак $p$ и его значение определяют знак $\lambda_3$ в важном неравенстве (7). Не говоря уже о том, что отрицательный знак числа $p$ переводит ситуацию с пребыванием плит и разломов потенциального землетрясения в зону стационарных состояний (т. е. отсутствия толчков), в которой расположено бифуркационное множество, т.е. в зону с рисками катастрофических подземных толчков (см. рис. 2).

Как видим, появление предельного цикла обязано выполнению достаточно большого числа различных природных обстоятельств. И это скорее всего говорит о редкости явления периодичности в системе «оползни-наводнения-землетрясения».

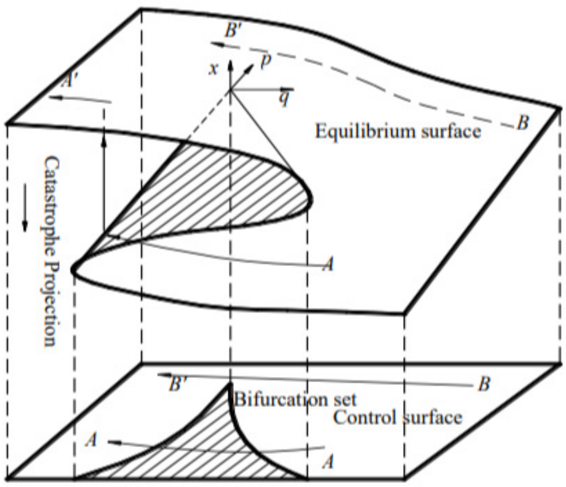


Рис. 2. Катастрофа «сборка» [14]. В полуплоскости $p < 0$ расположено бифуркционное множество (Bifurcation set)

**Замечание 2.** Отметим, что достаточно удивительно, что теорема Бо Санга указывает на возможность предельных циклов в изученной системе, хотя уравнение для землетрясения не содержит членов взаимодействия смещения $z$ с $x$ или с $w$. В следующем подпараграфе мы учтём это обстоятельство.

### 4.2. Случай уравнения землетрясения, учитывающего наводнение

Уравнение землетрясения в модели (4) не содержит члена, учитывающего оползни или наводнение. Имеет смысл исправить этот явный недостаток. Поэтому рассмотрим следующую модель:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_1(x, w, z) = -[H + x^2]x - rwz, \\ \\ \dfrac{dw}{dt} = f_2(x, w, z) = \rho w(1 - w^2/R) - \alpha rx, \\ \\ \dfrac{dz}{dt} = f_3(x, w, z) = -z^3 - pwz - q. \end{cases} \tag{8}$$

Рассматриваем стационарное равновесие $x_0 = w_0 = 0, z_0$, где $z_0$ – вещественный корень уравнения

$$3z^3 + pw_0 z + q = 3z^3 + q = 0. \tag{9}$$

Находим, что $z_0 = \sqrt[3]{-q/3}$.

Далее, нам необходимо найти собственные числа $\lambda_{1,2,3}$ матрицы

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x} & \dfrac{\partial f_1}{\partial w} & \dfrac{\partial f_1}{\partial z} \\[2ex] \dfrac{\partial f_2}{\partial x} & \dfrac{\partial f_2}{\partial w} & \dfrac{\partial f_2}{\partial z} \\[2ex] \dfrac{\partial f_3}{\partial x} & \dfrac{\partial f_3}{\partial w} & \dfrac{\partial f_3}{\partial z} \end{pmatrix} (0, 0, z_0).$$

Вычисляя, находим

$$\begin{vmatrix} -H-\lambda & -rz_0 & 0 \\[2ex] -\alpha r & \rho-\lambda & 0 \\[2ex] 0 & -pz_0 & -3z_0^2-\lambda \end{vmatrix} (0, 0, z_0) = 0.$$

Откуда

$$\lambda^2 + (H+\rho)\lambda - (H + \alpha r^2 z_0) = 0$$

и

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\{-(H-\rho) \pm [-4\alpha r^2 z_0 - (H+\rho)^2]^{1/2} i\}, \quad \lambda_3 = -3z_0^2,$$

где мы приняли, что

$$(H+\rho)^2 < -4\alpha r^2 z_0. \tag{10}$$

Полагая $\rho = \mu$, примем, что

$$Re\lambda_1(\mu_0) = \frac{1}{2}(\mu_0 - H) = 0,$$

а также

$$\lambda_3 = -3z_0^2 < 0. \tag{11}$$

Тогда поскольку

$$\lambda_3 < 0,$$
$$Im\lambda_1(\mu_0) = [-4\alpha r^2 z_0 - (H+\rho)^2]^{1/2} > 0$$

и

$$\frac{\partial Re\lambda_1(\mu_0)}{\partial \mu} = \frac{1}{2},$$

то выполнены условия теоремы 1 Бо Санга (см. Appendix). Следовательно, у системы (8) существует семейство малых предельных циклов и это уже коррелирует с тем, что, например, тайфуны способны спровоцировать землетрясения, причём периодически, как это отмечалось в § 2.

## Заключение

Наличие возможности перехода системы (4) или (8) из стационарного равновесия, когда всё находится в застывшем, неизменном во времени состоянии, к периодическим изменениям, и это для таких значимых природных явлений, как землетрясения, оползни и наводнения, рассматриваемых как нечто единое целое, удивительно и кажется неправдоподобным. Но это происходит при изменении параметра $\rho(=\mu)$, входящего в уравнение для уровня подтопления местности.

Оставляя без внимания вопрос о справедливости предложенного уравнения (3) и, соответственно, систем (4) и (8), заметим, что теория бифуркаций, к которой мы обратились, не утверждает о неизбежности перехода к периодическому равновесию в случае потери системой устойчивости стационарного равновесия, а всего лишь говорит о существовании возможности такого перехода. Хотя, конечно, для исследователей опасных природных явлений обнаружить и подтвердить такой переход было бы весьма значимым научным событием. Как видно из содержания § 2 исследователи пытаются найти доказательства существования такого события.

Построенная нами модель, примитивна, но она отвечает на важный вопрос о реальности периодических (сезонных и иных) изменениях в системе «оползни-наводнения-землетрясение»:

> «Очень редко можно наблюдать такие изменения», – говорит Стир. Но поскольку изменение климата может привести к более частым экстремальным явлениям, в будущем может произойти больше эрозии и, следовательно, землетрясений» [4].

## Appendix

**Трёхмерный вариант теоремы о бифуркации Андронова–Хопфа**

Имеется следующий трёхмерный вариант теоремы Андронова–Хопфа, принадлежащий Бо Сангу [15].

**Теорема 1.** *Рассмотрим систему*

$$\begin{cases} \dfrac{dx^1}{dt} = f_1(x^1, x^2, x^3, \mu) \\ \\ \dfrac{dx^2}{dt} = f_2(x^1, x^2, x^3, \mu) \\ \\ \dfrac{dx^3}{dt} = f_3(x^1, x^2, x^3, \mu). \end{cases} \qquad (12)$$

$$x = (x^1, x^2, x^3) \in \mathbb{R}^3, \quad \mu \in \mathbb{R}.$$

*Пусть* $f(x, \mu)$ *– достаточно гладкая функция, в окрестности точки* $(x_0, \mu_0) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$*, имеется стационарное равновесие* $x(\mu)$*,* $f(x(\mu), \mu) = 0$*,* $x_0 = x(\mu_0)$ *и якобиан*

$$\left| \frac{\partial f_i}{\partial x^j}(x(\mu), \mu) \right|_{i,j=1,2,3}$$

*обладает парой комплексно-сопряжённых собственных чисел* $\lambda_{1,2}(\mu)$ *и действительным собственным числом* $\lambda_3(\mu) < 0$ *с*

$$Im\lambda_1(\mu_0) > 0, \;\; Re\lambda_1(\mu_0) = 0, \;\; \frac{dRe\lambda_1}{d\mu}(\mu_0) \neq 0.$$

*Тогда у системы* (12) *существует семейство малых предельных циклов (рис. 1). В частности, существует число* $\mu_2 \in \mathbb{R}$ *такое,* $\mu_2 \neq 0$*, и предельные циклы записываются как*

$$x = p(t,) = x_0 + \sqrt{\frac{\mu - \mu_0}{\mu_2}} Re(e^{\frac{2\pi i}{T(\mu)}t} u_1) + O(\mu - \mu_0),$$

*где*

$$T(\mu) = \frac{2\pi}{Im\lambda_1(\mu_0)} \left(1 + \frac{\tau_2}{\mu_2}(\mu - \mu_0)\right) + O((\mu - \mu_0)^2).$$

## Литература


1. Болотов М.И., Гонченко С.В., Гонченко А.С., Гринес Е.А., Казаков А.О., Леванова Т.А., Лукьянов В.И. Бифуркация Андронова–Хопфа для потоков и отображений. Н. Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. 73 с.
2. Оползни потоки. URL: `https://kb-sp.ru/information/opolzni/opolzni_potoki` (дата обращения: 10.03.2024).
3. Lovett R.A. Heavy Rainfall Can Cause Huge Earthquakes. URL: `https://www.nationalgeographic.com/science/article/111215-rainfall-hurricanes-typhoons-earthquakes-science-earth` (дата обращения: 10.03.2024).
4. Kornei K. Earthquakes trigger landslides. Can landslides also trigger earthquakes? URL: `https://www.science.org/content/article/earthquakes-trigger-landslides-can-landslides-also-trigger-earthquakes` (дата обращения: 10.03.2024). DOI: `10.1126/science.abd6231`.
5. Steer F., Simoes M., Cattin R., Shyu J.B.H. Erosion influences the seismicity of active thrust faults // Nature Communications. 2014. Vol. 5. Art. 5564.
6. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и её приложения. М.: Мир, 1982. 608 с.
7. Фомичев А.В. Элементы теории бифуркаций и динамических систем. Ч. 1. М.: МФТИ, 2019. 42 с.
8. Lovett R.A. Hurricane may have triggered earthquake aftershocks Ground disturbances from large storms may be strong enough to prompt tremors // Nature. 2013. DOI: `10.1038/nature.2013.12839`.
9. Volkov V., Mrlina J., Dubrov M., Smirnov V., Golovachev S., Polak V. Atmosphere, ocean and lithosphere interaction as a possible drive of earthquake triggering // Geodesy and Geodynamics. DOI: `10.1016/j.geog.2020.07.001`.
10. Гуц А.К. Теоретико-катастрофические модели оползневых процессов // Математические структуры и моделирование. 2023. № 3 (67). С. 54–70.
11. Гуц А.К. Тектонические землетрясения и теория катастроф // Математические структуры и моделирование. 2023. № 4 (68). С. 22–51.

12. Болотов М.И., Гонченко С.В., Гонченко А.С., Гринес Е.А., Казаков А.О., Леванова Т.А., Лукьянов В.И. Бифуркация Андронова–Хопфа для потоков и отображений. Н. Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. 73 с.
13. Qin S.Q., Jiao J.J., Wang S.J. A cusp catastrophe model of instability of slip buckling slope, Rock Mechanics and Rock Engineering. 2001. Vol. 34. P. 119–134.
14. Chen Z., Wang W., Li D. Instability Analysis of Strike-Slip Fault Based on Cusp Catastrophe Model // SDHM. 2018. Vol. 12. P. 19–33.
15. Sang B. Hopf bifurcation formulae and applications to the Genesio-Tesi system // J. Nonlinear Funct. Anal. 2019. Art. 34. URL: `http://jnfa.mathres.org/issues/JNFA201934.pdf` (дата обращения: 10.03.2024).

## PERIODIC PROCESSES IN THE SYSTEM "LANDSLIDES – FLOODS – EARTHQUAKES"

**A.K. Guts**
Dr.Sc. (Phys.-Math.), Professor, e-mail: aguts@mail.ru

International Innovation University, Sochi, Russia

**Abstract.** A mathematical model is proposed that describes the interactions of the three most dangerous natural phenomena in Greater Sochi. These are landslides, floods caused by heavy rains, and earthquakes. The model is a system of three differential equations, the stationary equilibria for which are known as the equilibrium surfaces of the catastrophe "cusp". Thus, the model takes into account possible abrupt changes in the state of urban landslides, levels of flooding of the area and tremors. An attempt has been made to mathematically detect the possibility of cyclic processes in the development of the state of the system "Landslide – flooding – earthquake".

**Keywords:** Natural disasters, landslides, heavy rain floods, mathematical model, catastrophe theory, system of differential equations, Androgov–Hopf bifurcation.

*Дата поступления в редакцию: 15.03.2024*