

# СОВМЕСТНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МАНДАТНОГО И РОЛЕВОГО РАЗГРАНИЧЕНИЯ ДОСТУПА К ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМАХ

**С.В. Белим, Н.Ф. Богаченко, Ю.С. Ракицкий**

В статье анализируется возможность совмещения ролевой и мандатной политик безопасности на основе графовой модели. С этой целью вводится понятие решеточного дерева и обобщается модель ролевого разделения доступа. Приводится простейший алгоритм мандатного разделения доступа, учитывающий концепцию ролей.

## 1. Введение

Необходимость совмещения различных типов разграничения доступа к информации в корпоративных сетях, как правило, обусловлена требованиями политики безопасности предприятия к хранению и обработке данных. На сегодняшний день общепринятой практикой стало использование систем управления базами данных для организации доступа к ресурсам. Все современные базы данных используют концепцию ролей для выдачи полномочий пользователям, реализуя таким образом ролевое разграничение доступа. Однако в ряде организаций, особенно связанных с защищенным документооборотом, также налагается требование использования меток безопасности и, основанного на них, мандатного разделения доступа. В рамках мандатного разделения доступа множество разрешенных доступов задается неявным образом в виде уровня конфиденциальности для объектов и уровня доверия для субъектов компьютерной системы. Решение о доступе принимается путем сопоставления уровня конфиденциальности и уровня доверия. При использовании концепции ролей задается множество разрешенных системных операций путем введения дополнительных объектов – ролей, наделенных набором разрешенных доступов. Решение о разрешении доступа принимается исходя из роли, сопоставленной субъекту.

Попытки предоставления совмещенных сервисов разграничения доступа (мандатного и ролевого) встроены в ряд систем управления базами данных. Так, например, в широко распространенной СУБД Oracle [4, стр. 54] уже в версии 7 было разработано дополнительное инструментальное средство Trusted

Oracle7, которое позволяло администратору кроме ролей вводить также и метки безопасности. Основным требованием мандатного разграничения доступа в данном приложении было доминирование метки пользователя над меткой строки. Начиная с версии СУБД Oracle8 этот продукт получил название Oracle Label Security. Однако оба эти продукта не получили широкой популярности в силу двух причин. Во-первых, согласование настроек двух алгоритмов приводит к большому количеству трудностей при администрировании. Во-вторых, остается неочевидным сама возможность непротиворечивого сосуществования двух принципов разграничения доступа в одной компьютерной системе.

Целью данной статьи ставится развитие модели ролевого разграничения доступа, а также доказательства принципиальной возможности построения политики безопасности, использующей концепцию ролей и мандатное разделение доступа. Также исследуются математические структуры, необходимые для моделирования политики безопасности.

## 2. Ролевая политика безопасности

Ролевая политика безопасности основывается на разрешении или запрещении действий в системе в целом без привязки к отдельным объектам системы. В общем случае такой подход реализуется с помощью концепции привилегий. Под привилегией понимается единица доступа к системной информации. Будем считать, что системная информация представима с помощью множества объектов  $\mathbf{O}$ . Роль – это именованная совокупность привилегий, то есть множество разрешенных типов доступа к системным объектам. Множество всех возможных типов доступа к системным объектам обозначим через  $\mathbf{A}$ . Перейдем к более строгому описанию модели ролевого разграничения доступа, приведенного в работе [6].

**Определение 1.** Под *привилегией* будем понимать пару  $(x, m)$ , где  $x$  – системный объект ( $x \in \mathbf{O}$ ), а  $m$  – непустое множество видов доступа ( $m \subseteq \mathbf{A}$ ).

**Определение 2.** *Роль* – это именованное множество привилегий, которое в дальнейшем будем представлять в виде пары  $(rname, rpset)$ , где  $rname$  – уникальный идентификатор,  $rpset$  – множество привилегий.

Если определена роль  $r$ , то ее имя  $r.rname$ , а множество привилегий –  $r.rpset$ . Далее введем два множества:  $R$  – множество ролей системы,  $P$  – множество всех возможных привилегий. Также определим функцию, играющую важную роль в администрировании систем с ролевым разграничением доступа:

$$\Psi : R \rightarrow 2^{|P|}.$$

Данное отображение показывает привилегии заданной роли. По сути  $\Psi(r) = r.rpset$ . Через концепцию ролей осуществляется доступ к системной информации.

Пусть  $UID$  – множество идентификаторов пользователей,  $GID$  – множество идентификаторов групп пользователей, общее множество идентификаторов, для которых производится ролевое разграничение доступа  $ID = UID \cup GID$ .

Для систем с ролевым разграничением доступа важную роль играет процесс авторизации. Причем возможны два случая. Авторизация «Роль – Привилегия» включает заданную привилегию в множество привилегий данной роли, то есть, если роль  $r$  авторизована на привилегию  $p$ , то  $p \in r.rpset$ . Авторизация «Роль-Роль» подразумевает включение привилегий одной роли в множество привилегий другой роли. То есть, если роль  $r_1$  авторизована на роль  $r_2$ , то  $r_2.rpset \subseteq r_1.rpset$ .

Авторизация «Роль-Роль» порождает бинарное отношение на множестве ролей. Обозначим это отношение через  $r_1 \rightarrow r_2$ , если роль  $r_1$  авторизована на роль  $r_2$ .

Как показано в работе [6], функция  $\Psi$  монотонно возрастает по отношению к операции  $\rightarrow$ , то есть если  $r_1 \rightarrow r_2$ , то  $\Psi(r_2) \subseteq \Psi(r_1)$ .

Обозначим цепочку вида  $r_i \rightarrow r_{i_1} \rightarrow \dots \rightarrow r_{i_n} \rightarrow r_j$  через  $r_i \rightarrow^+ r_j$  (при  $n > 0$ ) и  $r_i \rightarrow^* r_j$  (при  $n \geq 0$ ).

**Определение 3.** Ролевым путем  $p(r_i, r_j)$  между двумя ролями  $r_i$  и  $r_j$  будем называть цепочку  $r_i \rightarrow^* r_j$ .

Заданному отношению на множестве ролей можно сопоставить ориентированный граф, в котором дуга  $(r_1, r_2)$  существует тогда и только тогда, когда роль  $r_1$  авторизована на роль  $r_2$ . Очевидно, что ролевой путь  $p(r_i, r_j)$  изоморфен ориентированному пути в этом орграфе, ведущему из вершины  $r_i$  в вершину  $r_j$ .

**Определение 4.** Тривиальным является ролевой путь, состоящий из одной роли, то есть путь нулевой длины из вершины к самой себе.

**Определение 5.** Будем говорить, что роль  $r_i$  доминирует над ролью  $r_j$ , а роль  $r_j$  подчиняется роли  $r_i$ , если существует ролевой путь  $p(r_i, r_j)$ . Или в графовой постановке: вершина  $r_i$  доминирует над вершиной  $r_j$ , а вершина  $r_j$  подчиняется вершине  $r_i$ , если существует ориентированный путь  $p(r_i, r_j)$ .

Легко доказать, что отношение доминирования одной роли над другой задает отношение частичного порядка на множестве ролей  $R$ . Следует отметить, что возможно два различных случая, зависящих от принципа администрирования ролевой политики безопасности. В первом случае допускается существование ролей с совпадающим набором полномочий. Тогда отношения порядка между ролями нестрогое. Однако такой подход имеет смысл только как временная мера при формировании ролевой политики безопасности. В окончательно сформированной иерархии ролей существование двух ролей с совпадающими полномочиями лишено смысла. Второй случай исключает наличие двух ролей с совпадающими полномочиями. Для данного подхода отношение порядка будет строгим. В дальнейшем будем придерживаться именно второго подхода, обеспечивающего оптимальное управление ролями, но обозначать отношение доминирования роли  $r_i$  над ролью  $r_j$  как  $r_i \geq r_j$  (или  $r_j \leq r_i$ ).

### 3. Мандатная политика безопасности

Мандатные политики безопасности строятся основываясь на понятиях уровня секретности информации и уровня доверия к пользователю. Существуют различные подходы, позволяющие определять уровень секретности информации. Наиболее общий подход строится на основе решетки ценностей. Приведем основные определения из теории решеток [2, стр. 17], используемые в дальнейшем тексте.

**Определение 6.** *Решетка* – это частично упорядоченное множество, в котором каждое двухэлементное подмножество имеет как точную верхнюю ( $\sup$ ), так и точную нижнюю ( $\inf$ ) грани, принадлежащие этому множеству.

**Определение 7.** Для  $A, B$  элемент  $C = \sup(A, B)$  называется *точной* или *наименьшей верхней гранью*, если:

1.  $A \leq C, B \leq C$ .
2.  $\forall D : A \leq D, B \leq D \Rightarrow C \leq D$ .

**Определение 8.** Для  $A, B$  элемент  $E = \inf(A, B)$  называется *точной* или *наибольшей нижней гранью*, если:

1.  $E \leq A, E \leq B$ .
2.  $\forall D : D \leq A, D \leq B \Rightarrow D \leq E$ .

Каждому объекту и субъекту системы сопоставляется «метка безопасности», являющаяся элементом решетки. При запросе на доступ субъекта к объекту происходит сравнение меток безопасности. Доступ разрешен, если метка безопасности субъекта доминирует над меткой безопасности объекта, в остальных случаях доступ запрещен.

В связи с тем что основные концепции ролевого доступа сформулированы в терминах теории графов, введем аналогичные понятия для мандатного разграничения доступа.

**Определение 9.** *Решеточным графом* будем называть ориентированный граф<sup>1</sup>, вершины которого образуют решетку. При этом отношение порядка задается отношением доминирования на множестве вершин графа: если  $\exists p(r_1, r_2)$ , то  $r_1 \geq r_2$ . Наименьшая верхняя грань  $\sup(r_1, r_2)$  определяется как ближайшая вершина, доминирующая над  $r_1$  и  $r_2$ . Наибольшая нижняя грань  $\inf(r_1, r_2)$  определяется как ближайшая вершина, подчиненная вершинам  $r_1$  и  $r_2$ .

Определим более формально понятия *наименьшей верхней* и *наибольшей нижней* граней в контексте ориентированного графа:

$$r = \sup(r_1, r_2) \iff$$

---

<sup>1</sup>Если исходя из контекста понятно, что речь идет об ориентированном графе, то оргграф будем называть просто графом.

1.  $\exists p(r, r_1) \ \& \ p(r, r_2)$ , то есть  $r$  является верхней гранью.
2. Если  $\exists p(r', r_1) \ \& \ p(r', r_2)$ , то  $\exists p(r', r)$ , то есть  $r$  минимальна среди всех верхних граней.

$$r = \inf(r_1, r_2) \iff$$

1.  $\exists p(r_1, r) \ \& \ p(r_2, r)$ , то есть  $r$  является нижней гранью.
2. Если  $\exists p(r_1, r') \ \& \ p(r_2, r')$ , то  $\exists p(r, r')$ , то есть  $r$  максимальна среди всех нижних граней.

**Теорема 1.** Для произвольной решетки существует изоморфный ей решеточный граф.

*Доказательство.* Пусть задана некоторая произвольная решетка. Сопоставим узлам решетки вершины графа  $G$ , а отношение порядка представим ориентированными дугами, направленными от «меньшей» вершины к «большей»:  $r_1 \geq r_2 \iff \exists (r_1, r_2) \in E$ , где  $E$  – множество дуг графа  $G$ .

Операции взятия  $\inf$  и  $\sup$  для узлов решетки  $r_1$  и  $r_2$  дадут те же узлы, что и в случае применения этих операций к построенному графу  $G$  (так как дуга между двумя вершинами образует путь единичной длины между ними). ■

**Замечание 1.** Решеточный граф, изоморфный заданной решетке, неединственен. Действительно, например, графы на рисунке 1 изоморфны одной и той же решетке  $(M, P)$ , где  $M = \{a, b, c, d\}$  – множество узлов решетки,  $P = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (c, d)\}$  – отношение частичного порядка, заданное на  $M$ .

**Определение 10.** Решеточные графы  $G_1$  и  $G_2$  назовем эквивалентными ( $G_1 \sim G_2$ ), если они изоморфны одной и той же решетке.

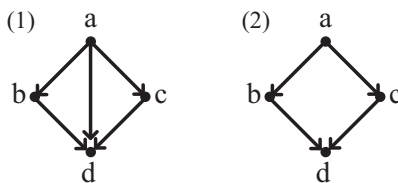


Рис. 1. Эквивалентные решеточные графы

Далее проанализируем, какими свойствами должен обладать решеточный граф и какие признаки являются достаточными условиями того, что граф решеточный.

**Определение 11.** Связный ориентированный граф называется сетью, если в нем существует единственный источник (вершина без входящих дуг) и единственный сток (вершина без исходящих дуг) [3, стр. 199].

**Теорема 2.** Решеточный граф является сетью без ориентированных циклов.

*Доказательство.* Пусть ориентированный граф  $G$  с множеством вершин  $R$  – решеточный.

Докажем, что в  $G$  нет ориентированных циклов. Допустим? это не так. Тогда узлы решетки, отвечающие ориентированному циклу, связаны отношением порядка:  $r_i \geq r_{i+1} \geq \dots \geq r_{i+n} \geq r_i$ . По транзитивности получаем:  $(r_i \geq r_{i+1}) \& (r_{i+1} \geq r_i) \Rightarrow (r_i = r_{i+1})$ . Но узлы решетки образуют множество, следовательно, все различны – это противоречие.

Так как граф  $G$  решеточный, то  $\forall r_1, r_2 \in R \exists r_3 \in R : r_3 = \sup(r_1, r_2)$ . По определению,  $\sup(r_1, r_2)$  – это вершина, доминирующая над  $r_1, r_2$ , то есть в  $G$  существуют ориентированные пути  $p(r_3, r_1)$  и  $p(r_3, r_2)$ . Следовательно,  $\forall r_1, r_2$  существует неориентированный путь  $p(r_3, r_1) \cup (r_3, r_2)$ , соединяющий их, а значит, граф  $G$  связан.

Существование источника и стока следует из следующих рассуждений. Пусть, например, источника не существует, это значит, что  $\forall r \in R$  найдется входящая дуга  $(r', r)$ , то есть  $\exists r' : r \leq r'$ . Следовательно,  $\exists \{r_i\}_{i=1}^{\infty} : r_i \leq r_{i+1}$ . В силу конечности множества вершин  $\exists i, j : (i < j) \& (r_i = r_j)$ . Тогда  $r_i \leq r_{i+1} \leq \dots \leq r_j = r_i$ . Получаем ориентированный цикл – противоречие с ранее доказанным. Существование стока доказывается аналогично.

Докажем единственность источника. Пусть это не так. Тогда существует как минимум два различных источника  $s_1$  и  $s_2$  ( $s_1 \neq s_2$ ). Так как граф  $G$  решеточный, то должна существовать вершина  $r$ , из которой можно построить ориентированные пути  $p(r, s_1)$  и  $p(r, s_2)$ . Но  $s_1$  и  $s_2$  – источники, следовательно, возможны лишь тривиальные пути, ведущие в эти вершины:  $p(s_1, s_1)$  и  $p(s_2, s_2)$ . Отсюда получаем, что для существования  $\sup(s_1, s_2)$  надо потребовать:  $s_1 = s_2$  – это противоречие. Аналогично доказывается единственность стока. ■

**Теорема 3.** Источник в решеточном графе доминирует над любой вершиной, а сток подчиняется любой вершине этого графа.

*Доказательство.* Действительно, пусть  $s$  – источник. По определению решеточного графа  $\forall r \in R : \exists r' = \sup(s, r)$ . Следовательно, в графе найдутся ориентированные пути  $p(r', r)$  и  $p(r', s)$ . Так как в  $s$  не входит ни одна дуга, то  $r' = s$  и  $\forall r \in R : \exists p(s, r)$ . Аналогично доказывается, что  $\forall r \in R : \exists p(r, t)$ , где  $t$  – сток. ■

Утверждение, обратное к теореме 2, неверно: не любая сеть без ориентированных циклов является решеточным графом. Возможны две причины, по которым ориентированный граф не будет решеточным (частично упорядоченное множество не будет решеткой [5]):

1. Найдутся две вершины, вообще не имеющие верхней (нижней) грани.
2. Найдутся две вершины, для которых нельзя выбрать минимальную среди верхних (максимальную среди нижних) граней – они несравнимы.

Первый случай отсекается требованием существования источника и стока в орграфе и отсутствием ориентированных циклов.

**Теорема 4.** *Источник в сети без ориентированных циклов доминирует над любой вершиной, а сток – подчиняется любой вершине этого графа.*

*Доказательство.* Пусть  $r$  – произвольная вершина сети без ориентированных циклов,  $s$  – источник,  $t$  – сток.

Будем строить ориентированный путь, начиная с вершины  $r$  и добавляя на каждом шаге по одной дуге. В силу отсутствия в сети ориентированных циклов, процесс построения пути конечен, причем последней присоединенной дугой будет дуга, ведущая в единственный сток графа. Следовательно, в сети существует по крайней мере один ориентированный путь  $p(r, t)$ . Но тогда  $t$  подчиняется вершине  $r$ .

Существование ориентированного пути  $p(s, r)$  доказывается аналогично, но его построение ведется в направлении, обратном ориентации дуг. Таким образом,  $s$  доминирует над вершиной  $r$ . ■

**Замечание 2.** Из теоремы 4 очевидным образом следует, что в сети без ориентированных циклов для любой пары вершин существуют по крайней мере одна верхняя грань (это источник) и одна нижняя грань (это сток). Но остается открытым вопрос о возможности выбора *наименьшей* верхней (*наибольшей* нижней) граней, то есть вопрос сравнимости граней.

Вторую причину «нерешеточности» графа легко проиллюстрировать примером: граф (1) на рисунке 2 – сеть без ориентированных циклов, но она не является решеточным графом. Действительно, вершины  $a$  и  $b$  имеют две несравнимые нижние грани  $c$  и  $d$ , а еще одна нижняя грань  $t$  заведомо меньше  $c$  и  $d$ ; вершины  $c$  и  $d$  имеют две несравнимые верхние грани  $a$  и  $b$ , а еще одна верхняя грань  $s$  заведомо больше  $a$  и  $b$ .

Но требование отсутствия в сети подграфов, имеющих более одного стока или источника, как у подграфа, порожденного множеством вершин  $\{a, b, c, d\}$  (см. рис. 2 (1)), не является достаточным условием решеточности. Действительно, добавление вершины  $e$  (см. рис. 2 (2)) делает рассмотренную сеть решеточным графом:  $\inf(a, b) = e$  ( $c$  и  $d$  по-прежнему несравнимы, но  $(e \geq c) \& (e \geq d)$ ) и  $\sup(c, d) = e$  ( $a$  и  $b$  по-прежнему несравнимы, но  $(e \leq a) \& (e \leq b)$ ).

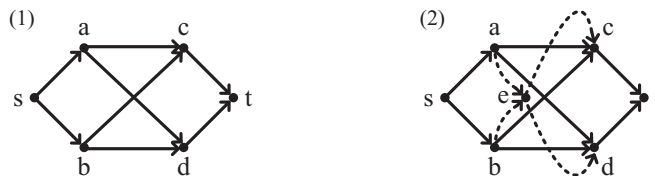


Рис. 2. Сеть, не являющаяся решеточным графом (1), и сеть, являющаяся решеточным графом (2)

Следующие теоремы дают ряд достаточных условий решеточности графа.

**Теорема 5.** Пусть граф  $G$  является сетью и удаление стока превращает его в ориентированное дерево<sup>2</sup>. Тогда  $G$  – решеточный.

*Доказательство.* Пусть  $s$  – источник,  $t$  – сток и  $G \setminus \{t\} = T$  – дерево, полученное из исходного графа удалением стока. Если  $R$  – множество вершин графа  $G$ , то  $R_T = R \setminus \{t\}$  – множество вершин дерева  $T$  и  $s$  – корень дерева.

Докажем существование наименьшей верхней грани для любой пары вершин графа  $G$ .

Пусть  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_1 \neq r_2$ ) – две произвольные вершины дерева  $T$ . По теореме о свойствах ордерера для любой его вершины существует единственный ориентированный путь, ведущий в эту вершину из корня [3, стр. 239]. Тогда  $\exists ! p(s, r_1)$  и  $\exists ! p(s, r_2)$ . Так как  $r_1 \neq r_2$ , то эти пути не совпадают. Пусть  $r'$  – последняя, считая от  $s$ , из общих вершин этих путей. Очевидно, что все вершины, принадлежащие ориентированному пути  $p(s, r')$ , являются верхними гранями вершин  $r_1$  и  $r_2$ , а  $r'$  – минимальная среди них. В силу единственности путей  $p(s, r_1)$  и  $p(s, r_2)$  других верхних граней у вершин  $r_1$  и  $r_2$  нет. Следовательно,  $r' = \sup(r_1, r_2)$ .

Рассмотрим теперь пару вершин  $(r, t)$ , где  $r$  – произвольная вершина дерева  $T$ . По теореме 4 сток  $t$  подчиняется вершине  $r$ , то есть существует ориентированный путь  $p(r, t)$ . Следовательно,  $\sup(r, t) = r$ .

Докажем теперь существование наибольшей нижней грани для любой пары вершин графа  $G$ .

Рассмотрим сначала две произвольные вершины  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_1 \neq r_2$ ) дерева  $T$ . Возможны два случая: либо не существует ориентированного пути, связывающего эти две вершины, либо он единственен.

В первом случае, двигаясь из этих вершин по направлению дуг, построим ориентированные пути  $p(r_1, \tilde{r}_1)$  и  $p(r_2, \tilde{r}_2)$ , где  $\tilde{r}_1$  и  $\tilde{r}_2$  – листья. Эти пути могут быть не единственными, но все они не имеют общих вершин (иначе в свободном дереве  $\tilde{T}$ , полученном из  $T$  отменой ориентации ребер, был бы цикл, что противоречит теореме о свойствах ордерера [3, стр. 239]). В графе  $G$  существуют дуги  $(\tilde{r}_1, t)$  и  $(\tilde{r}_2, t)$ . Следовательно, в графе  $G$  ориентированные пути  $p(r_1, t) = p(r_1, \tilde{r}_1) \cup (\tilde{r}_1, t)$  и  $p(r_2, t) = p(r_2, \tilde{r}_2) \cup (\tilde{r}_2, t)$  имеют лишь одну общую вершину  $t$ . Тогда  $\inf(r_1, r_2) = t$ .

Во втором случае существование наибольшей нижней грани очевидно, ею будет та из вершин  $r_1, r_2$ , которая является конечной в существующем между этими вершинами ориентированном пути.

Существование наибольшей нижней грани для двух вершин, одна из которых является стоком (пусть это вершины  $r$  и  $t$ ), следует из существования по крайней мере одного ориентированного пути  $p(r, t)$  (см. теорему 4). ■

**Теорема 6.** Пусть граф  $G$  является сетью, а удаление источника и инвертирование всех дуг превращает его в дерево. Тогда  $G$  – решеточный.

<sup>2</sup>В дальнейшем ориентированное дерево будем называть просто деревом, а неориентированное – свободным деревом.



*Доказательство.* Если инвертировать все дуги сети  $G$ , то мы получим сеть  $\widehat{G}$ , в которой источник и сток поменялись местами. Для графа  $\widehat{G}$  справедлива теорема 5. Но тогда исходный граф  $G$  также будет решеточным, так как вершина  $r_1$  доминирует над вершиной  $r_2$  в графе  $\widehat{G}$  тогда и только тогда, когда вершина  $r_2$  доминирует над вершиной  $r_1$  в графе  $G$ . ■

#### 4. Древовидная иерархия ролей

Рассмотрим ситуацию, когда в компьютерной системе кроме ролевой политики безопасности необходимо реализовать также мандатную политику безопасности на основе некоторой решетки  $L$ . Основная проблема, возникающая в этом случае, состоит в построении правил доступа, удовлетворяющих обеим политикам безопасности и не противоречащих друг другу. В первую очередь рассмотрим иерархию ролей, образующую дерево.

**Теорема 7.** *Пусть в компьютерной системе действуют ролевая политика безопасности на основе дерева ролей  $T$  и мандатная политика безопасности на основе решетки  $L$ , тогда в компьютерной системе может быть построена непротиворечивая политика безопасности, включающая в себя разграничения обеих политик безопасности.*

*Доказательство.* Очевидно, что в дереве присутствует роль, доминирующая над всеми остальными ролями – корень дерева (назовем ее максимальной ролью –  $MaxRole$ ). Добавим к дереву  $T$  вершину  $MinRole$ , не обладающую никакими привилегиями, и соединим дугами все листья дерева  $T$  с вершиной  $MinRole$  (добавленные дуги ориентируем от листьев дерева  $T$  к  $MinRole$ ), тем самым построим граф  $TM$ . Очевидно, что вершина  $MaxRole$  является источником, вершина  $MinRole$  – стоком, а граф  $TM$  – сетью. Согласно теореме 5,  $TM$  – решеточный граф, то есть его вершины образуют решетку.

Тогда возможно получить декартово произведение решетки, построенной на вершинах графа  $TM$ , и решетки  $L$ . Как показано в [1, стр. 21], декартово произведение решеток есть решетка.

На основании полученной решетки можно построить мандатную политику безопасности. С другой стороны, из элементов решетки возможно построить решеточный граф (см. теорему 1). Такой граф может задавать ролевую политику безопасности. ■

#### 5. Произвольная иерархия ролей

Перейдем теперь к рассмотрению иерархии ролей, образующей произвольный ориентированный граф  $G$ .

**Определение 12.** *Допустимым преобразованием ориентированного графа ролей  $G$  назовем следующий процесс: если в  $G$  имеется более одного стока, то добавляется роль, не обладающая никакими привилегиями, и дуги, ведущие от стоков графа  $G$  к новой роли.*

Очевидно, что, с одной стороны, такое преобразование превращают граф ролей в сеть (в случае единственности источника), а с другой – изменения ролевой политики безопасности несущественны.

**Теорема 8.** *Если граф иерархии ролей является решеточным либо его можно с помощью допустимого преобразования расширить до решеточного, то ролевая политика безопасности допускает непротиворечивое совмещение с мандатной политикой безопасности.*

*Доказательство.* Расширим, если это необходимо, граф иерархии ролей до решеточного графа, обозначим его  $GM$ . Мандатная политика безопасности задается решеткой  $L$ . Тогда можно взять декартово произведение решетки, построенной на вершинах решеточного графа  $GM$ , и решетки  $L$ . Согласно [1, стр. 21], такое декартово произведение, обозначим его через  $GM \times L$ , является решеткой.

Поскольку  $GM \times L$  – решетка, то она может задавать мандатную политику безопасности. С другой стороны, на основании решетки  $GM \times L$  можно построить решеточный граф (см. теорему 1), который будет задавать ролевую политику безопасности. ■

## 6. Пример совмещения ролевой и мандатной политик безопасности

Доказательство теоремы 8 является конструктивным. В качестве иллюстрации предложенного алгоритма объединим ролевую политику безопасности, представленную на рисунке 3, и мандатную политику безопасности, построенную на линейном множестве из трех элементов.

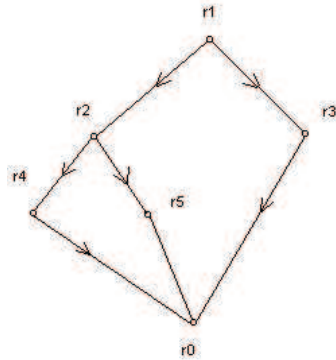


Рис. 3. Ролевая политика безопасности

Ролевая политика задается шестью ролями, одна из которых ( $r_0$ ) является «пустой», то есть не обладающей какими-либо привилегиями и подчиненной любой другой роли. Очевидно, что заданная политика безопасности соответствует условиям теоремы 5. Следовательно, граф, представленный на рисунке 3, является решеточным.

Пусть мандатная политика безопасности задается решеткой  $L$ , элементами которой являются узлы  $l_1, l_2, l_3$ , причем отношение порядка задано таким образом, что  $l_1 \geq l_2 \geq l_3$ .

Согласно теореме 8, возможно непротиворечивое совмещение заданных политик безопасности. Для этого необходимо построить решетку  $R \times L$ , являющуюся декартовым произведением решеток  $R$  и  $L$ , где  $R$  – решетка, определяемая решеточным графом, представленным на рисунке 3.

Элементами решетки  $L \times R$  являются пары  $(r_i, l_j)$ , при  $i = 0, \dots, 5$  и  $j = 1, \dots, 3$ . При этом отношение порядка задается следующим образом:  $(r_i, l_j) \geq (r_k, l_m)$ , если  $r_i \geq r_k$  и  $l_j \geq l_m$ . Заметим, что узлы  $r_2$  и  $r_3, r_4$  и  $r_5, r_3$  и  $r_4, r_3$  и  $r_5$  попарно несравнимы. Решеточный граф, изоморфный решетке  $R \times L$ , представлен на рисунке 4.

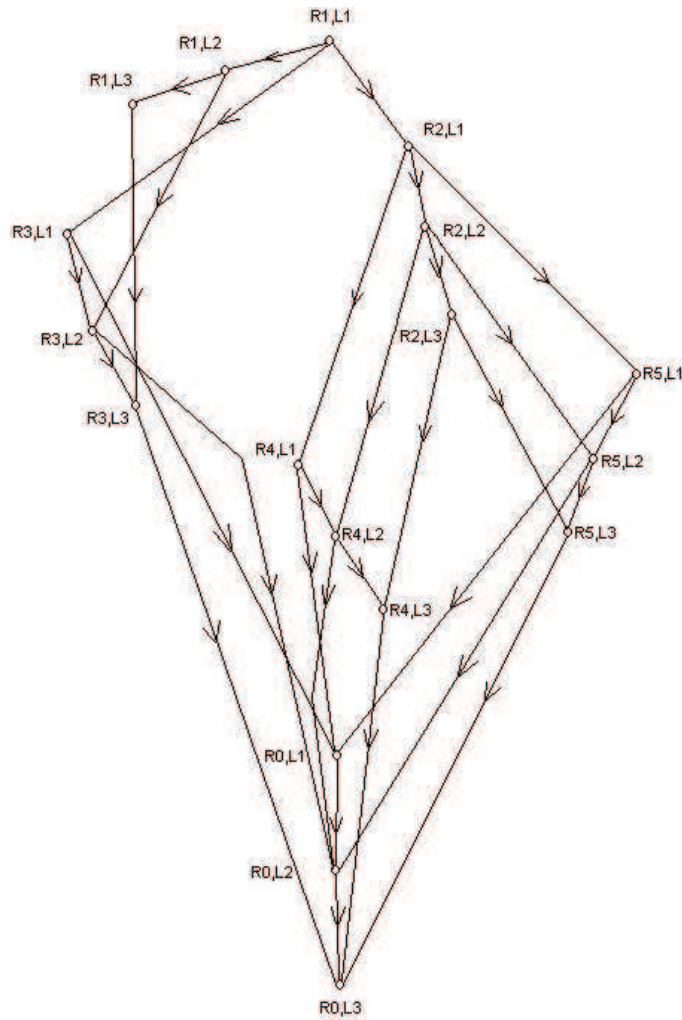


Рис. 4. Совмещение ролевой и мандатной политик безопасности

На полученной решетке  $R \times L$  можно задать мандатную политику безопасности. В свою очередь, на полученном ориентированном графе (см. рис. 4) можно построить ролевую политику безопасности.

## 7. Заключение

Таким образом, возможно создание политики безопасности предприятия, включающей в себя мандатное и ролевое разграничение доступа. Причем результат объединения этих двух подходов может быть представлен как в виде концепции, основанной на метках безопасности, так и в виде иерархии ролей.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Биркгоф, Г. Теория решеток / Г. Биркгоф. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 568 с.
2. Гретцер, Г. Общая теория решеток / Г. Гретцер. / Под редакцией Д.М. Смирнова. – М.: Мир, 1981. – 456 с.
3. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов / Ф.А. Новиков. – СПб.: Питер, 2001. – 304 с.
4. Терью, М. Oracle. Руководство по безопасности / М. Терью, А. Ньюмен. – М.: Издательство «ЛОРИ», 2004. – 560 с.
5. Решетки [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.eltech.ru/misc/LGA\\_2007\\_FINAL/Allpage/Section8/Part8112.htm](http://www.eltech.ru/misc/LGA_2007_FINAL/Allpage/Section8/Part8112.htm) (09.10.2009).
6. Nyanchama, M. Access Rights Administration in Role-Based Security Systems / M. Nyanchama, S.L. Osborn // Database Security VIII: Status & Prospects, Biskup, Morgenstern and Landwehr, eds. North-Holland. – 1994. – С. 37-56.